# Challenge 5, Optik: Lösung

## Allerlei in Optik — *15 pt.*

**Die Teile A, B und C sind unabhängig voneinander und können dementsprechend einzeln gelöst werden.**

### Teil A. Astronaut — *3 pt.*

**i. Ein Astronaut befindet sich in seinem Raumschiff auf einer Umlaufbahn** $280\,\mathrm{km}$ **von der Erdoberfläche entfernt. Wie gross ist die minimale Distanz zwischen zwei Punkten auf der Erdoberfläche, damit er sie noch auseinanderhalten kann (unter optimalen Bedingungen)? Der Durchmesser der Pupille beträgt** $0.5\,\mathrm{cm}$ **und die Wellenlänge des Lichts ist** $550\,\mathrm{nm}$**.** **3 pt.**

The minimal resolution for a circular aperture of radius $R$ is given $\theta_{min} = \frac{1.22\lambda}{2R}$ 1 pt.

For a small angle, at a distance $D$, on can distinguish a distance of $d_{min} = D\theta_{min}$. 1 pt.

So our astronaut could see two objects separated by a distance $d_{min} = \frac{1.22\lambda D}{2R}$. We get $d_{min} = 38\,\mathrm{m}$. 1 pt.

### Teil B. Beschichtete Brille — *5 pt.*

**Ein Lichtstrahl mit weissem Licht trifft senkrecht auf eine Linse (n=1.52), welche mit einem dünnen Film aus Magnesiumfluorid (n=1.38) überzogen ist.**

**i. Welches ist die minimale Schichtdicke des Films, bei welcher das reflektierte Licht keinen Anteil von gelb-grünem Licht der Wellenlänge** $550\,\mathrm{nm}$ **(in Luft) enthält?** **3 pt.**

*We consider the interference of two light rays. One is reflected at the surface between air and magnesium fluorid and the other guess through the magnesium fluorid and gets reflected at the surface between glass and magnesium fluorid.*

The phase shifts at the two reflections cancel each other, due to increasing refractive indices ($1 = n_{vacuum} < n_{coating} < n_{bulk}$) 1 pt.

We have therefore an optical path difference of $\Delta s = 2ln$, where $l$ is the thickness of the coating and $n$ is its refractive index. 0.5 pt.

The condition for a destructive interference is $\Delta s = \lambda(k + 0.5)$, where $k$ is an integer. 0.5 pt.

The minimal thickness is therefore $l_{min} = \frac{\lambda}{4n} = 99.6\,\mathrm{nm}$. 1 pt.

**ii. Für welche minimale Schichtdicke (verschieden von Null) ergibt sich eine konstruktive Interferenz für das reflektierte Licht?** **2 pt.**

The condition for a constructive interference is $\Delta s = k\lambda$ 1 pt.

The minimal thickness is therefore $l_{min} = \frac{\lambda}{2n} = 199\,\mathrm{nm}$. 1 pt.

## Teil C. Newton'sche Ringe *7 pt.*

**Im Jahre 1717 hat Sir Isaac Newton ein interessantes Phänomen studiert: Nähert man eine sphärische Fläche einer reflektierenden, planen Fläche, so beobachtet man eine Reihe von konzentrischen Ringen (siehe Abbildung), wenn man von oben durch das Glas schaut. In unserem Fall sei die Lichtquelle monochromatisch und habe eine Wellenlänge $\lambda$.**

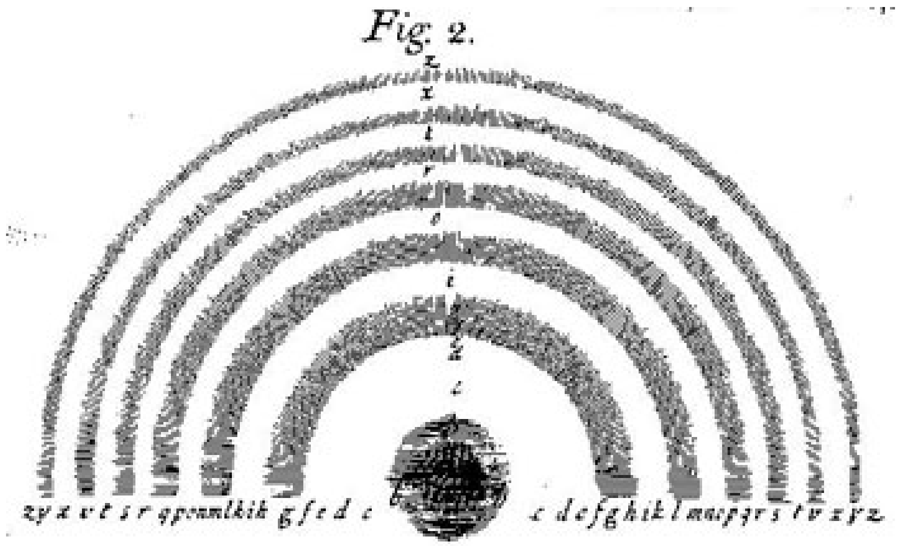


Abbildung 1:

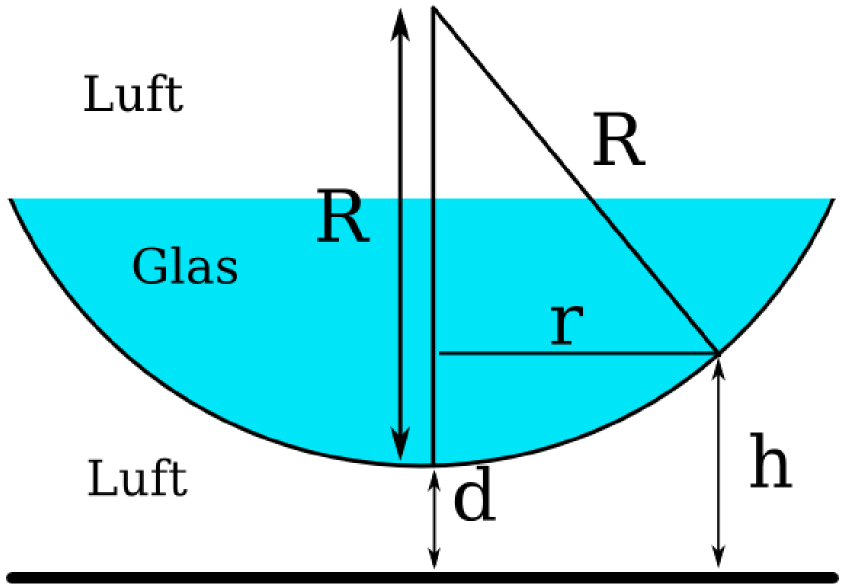


Abbildung 2:

**i. Erkläre, warum man Ringe sieht, welches die Bedingungen für helle Ringe und welches die Bedingungen für dunkle Ringe sind.** **4 pt.**

There is an interference between the light which is reflected at the bottom surface of the curved lens and the one which has an additional travel of two times $h$, the height between the curved lens and the flat surface. 2 pt.

The light going to the reflective surface picks up an additional half wavelength phase shift. 1 pt.

Therefore the condition for constructive interference reads

$$\frac{2h}{\lambda} = n + \frac{1}{2} = n + \frac{1}{2}$$

where $n$ is an integer. For constructive interference we see a bright ring. 0.5 pt.

Therefore the condition for constructive interference reads

$$\frac{2h}{\lambda} = n' + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = n$$

where $n'$ and $n$ are integers. For destructive interference we see a dark ring. 0.5 pt.

**Nachdem sich Sir Isaac Newton an der Schönheit der Ringe erfreut hat, die seinen Namen tragen, könnte er sich gefragt haben, in welchem Abstand $d$ sich die Linse von der planen Fläche befindet.**

**ii. Drücke $d$ als Funktion des Radius $R$ der gekrümmten Glasfläche, des Radius $r_n$ des $n^{ten}$ dunklen Ringes und der Wellenlänge $\lambda$ aus.** **3 pt.**

We have

$$h_n = d + (R - \sqrt{R^2 - r_n^2})$$

1 pt.

With the assumption that we only look at rings close to the center $r_n \ll R$ we get

$$h_n = d + R(1 - \sqrt{1 - \frac{s^2}{R^2}}) \approx d + \frac{s^2}{R^2}$$

1 pt.

With the condition for destructive interference we get

$$d = \frac{\lambda}{2}n - \frac{r_n^2}{2R}$$

1 pt.