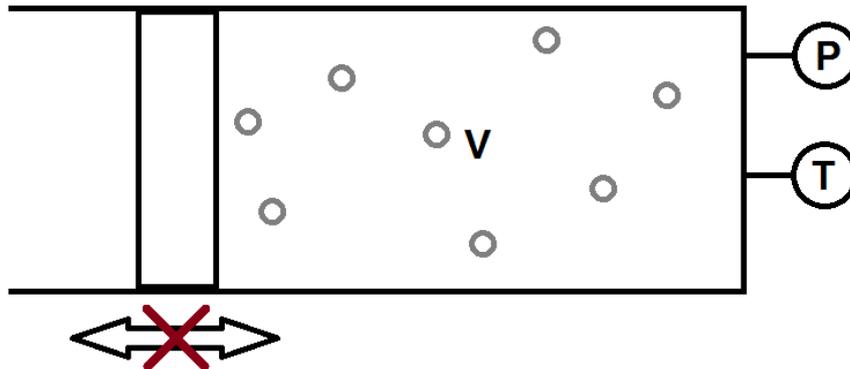


Challenge 2, Thermodynamik: Lösung

Unter Druck

16 pt.



Ein Zylinder mit Anfangsvolumen $V = 2\text{L}$ ist mit Stickstoff gefüllt. Der Zylinder wird durch einen Kolben hermetisch verschlossen. Im ersten Teil der Aufgabe wird der Kolben blockiert, das Gas wird auf verschiedene Temperaturen erwärmt und der Druck für jede Temperatur gemessen. Die Resultate der Messungen sind in folgender Tabelle aufgeführt.

#	T(°C)	P(Pa)
1	10	168100
2	20	174000
3	50	191800
4	100	221500
5	150	251200
6	250	310600

Teil A. Bestimmung der Masse

5 pt.

i. Zeichne ein Graph des Druckes als Funktion der Temperatur im Zylinder.

2 pt.

0.25 points for graph label on each axis

0.5 pt.

0.25 for correct units on each axis

0.5 pt.

correct plotting of data

1 pt. _____

Typically you take off : -(0.25 pt) if the data do not span over the whole axis (ie if they plot from 0 to 350000 for the pressure, from 150000 is sufficient and allows better visualization of the data) -(0.25 pt) if the graph is super small on the sheet of paper

ii. Welche Masse hat der Stickstoff im Zylinder?

3 pt. _____

The ideal gas law

$$PV = nRT$$

0.5 pt. _____

We substitute $n = \frac{m}{M}$ and divide by V

$$P = \frac{mR}{MV}T$$

0.5 pt. _____

From the slope one can determine the mass

$$m = slope \cdot \frac{MV}{R}$$

1 pt. _____

Get the numerical value for the slope from the graph.

0.5 pt. _____

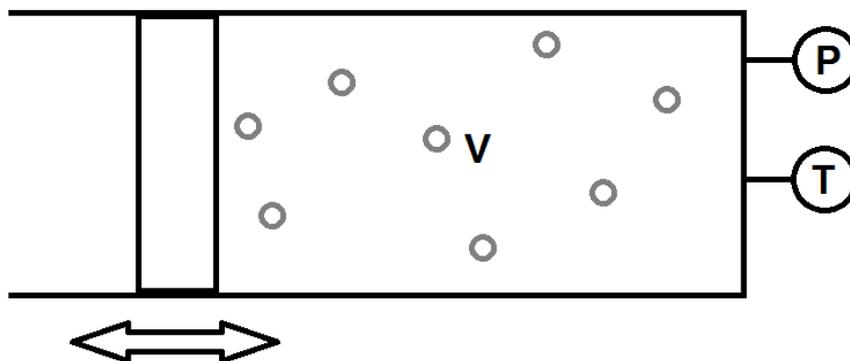
For finding the numerical value of the mass (4 g). The results in the following sections will be calculated with this value.

0.5 pt. _____

Teil B. Gleichgewicht

2 pt. _____

Nun kann sich der Kolben parallel zur Zylinderachse bewegen, er wird den Zylinder jedoch nie verlassen. Die Wärmeübertragung zwischen dem Gas und der Umgebung kann, soweit nicht anders angegeben, vernachlässigt werden.



i. Die Temperatur des Gases betrage 23°C . Wie gross ist dann das Volumen des Gases im Zylinder?

2 pt.

We have

$$V = (mR/M_m P)T = 3.48 \text{ L}$$

1 pt.

where we have used that $P = P_{atm} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$, anything close to that within 10% is acceptable.

1 pt.

Teil C. Wir Tauchen

9 pt.

Ein Taucher bringt den Zylinder unter Wasser, $h = 7 \text{ m}$ unter die Wasseroberfläche. Die Temperatur betrage immer noch 23°C und der Kolben kann sich immer noch frei bewegen.

Konstanten:

- **Dichte von Wasser:** $\rho_w = 1.0 \text{ gcm}^{-3}$
- **Wärmekapazität von Stickstoff:** $c_s = 1.04 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$

i. Welches Volumen nimmt das Gas ein, wenn die Temperatur unverändert bleibt?

2 pt.

The pressure in this case is

$$P = P_{atm} + \rho_{water}gh$$

1 pt.

Again we have

$$V = (mR/M_m P)T$$

0.5 pt.

The numerical application gives $V = 2.07 \text{ L}$

0.5 pt.

ii. Der Zylinder wird unter Wasser gelassen. Welche Wärmemenge muss dem Gas zugefügt werden, damit sein Volumen 2 L beträgt?

3 pt.

Again we have

$$P = P_{atm} + \rho_{water}gh$$

0.5 pt.

which gives

$$(VM_m P)/(mR) = Tf = 285.69 \text{ K} = 12.69^\circ\text{C}$$

1 pt.

we find for the heat

$$Q = mc_{\text{nitrogen}}(T_f - T_i)$$

1 pt.

Resulting in a numerical value of $Q = -42.9 \text{ J}$

0.5 pt.

iii. Wie gross muss die Masse des Zylinders (als Funktion der Temperatur des Gases) sein, damit der Zylinder im Gleichgewicht auf der selben Tiefe bleibt? (d.h. er steigt weder zurück zur Oberfläche, noch sinkt er an den Grund.) Dabei wird die Masse des Kolbens vernachlässigt. Das Volumen des Kolbens und des Zylinders zusammen kann gegenüber dem Volumen des Gases ebenfalls vernachlässigt werden.

4 pt.

Archimedes :

$$F_A = \rho_{\text{water}} V_{\text{fluid}} g$$

1 pt.

Equilibrium :

$$F_A = (m_{\text{cylinder}} + m)g$$

1 pt.

Combining the two latter (one can simplify g) :

$$\rho_{\text{water}} V_{\text{fluid}} = m_{\text{cylinder}} + m$$

0.5 pt.

$$V = (mR/M_m P)T$$

0.25 pt.

$$P = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{water}} g h$$

0.25 pt.

it yields

$$m_{\text{cylinder}}(T) = \left(\frac{\rho_{\text{water}} R}{M_m (P_{\text{atm}} + \rho_{\text{water}} g h)} T - 1 \right) m$$

1 pt.