Thermodynamik

Aufwärmübungen

Grundbegriffe (Kapitel 4.1 - 4.3,4.7,4.8)

i. Finde die Anzahl Sauerstoffmoleküle in Mol und als absolute Zahl in einem Sauerstoffgas von $55\,\mathrm{g}$. Was ist der Vorteil von der Einheit Mol?

Oxygen has a molar mass of $M = 32\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{mol}^{-1}$. This gives the amount of moles for the oxygen gas $n = \frac{m}{M} = 1.7\,\mathrm{mol}$. With the Avogadro constant one can find the absolute number $N = nN_A = 1.04 \cdot 10^{24}$.

ii. Eine Box mit einem Gas bei einer Temperatur von $20\,°\mathrm{C}$ wird aufgeheizt bis das Gas doppelt so viel innere Energie besitzt. Wie warm ist das Gas nun?

The internal energy is proportional to the temperature. But we have to convert the temperature to Kelvin scale first. We get

$$T = 2(20 + 273.15)\mathrm{K} = 586\,\mathrm{K} = 313\,°\mathrm{C}$$

iii. Entscheide welche der folgende Dinge Bestandteil der internen Energie eines Gases sein können

a) **kinetische Translationsenergie der Gasmoleküle**

b) **Wärmeenergie der Gasmoleküle**

c) **potentiele Energie durch die Anziehung zwischen den Gasmolekülen**

d) **Rotationsenergie der Gasmoleküle**

Welche davon tragen zur inneren Energie eines idealen Gases bei?

In general translation, rotation and potential energy contribute to the internal energy. Altough transfering heat changes the internal energy it is not a part of the internal energy. In the ideal gas model the molecules are assumed to be point-like particles without molecular forces. Therefore only the translation energy contributes to the internal energy.

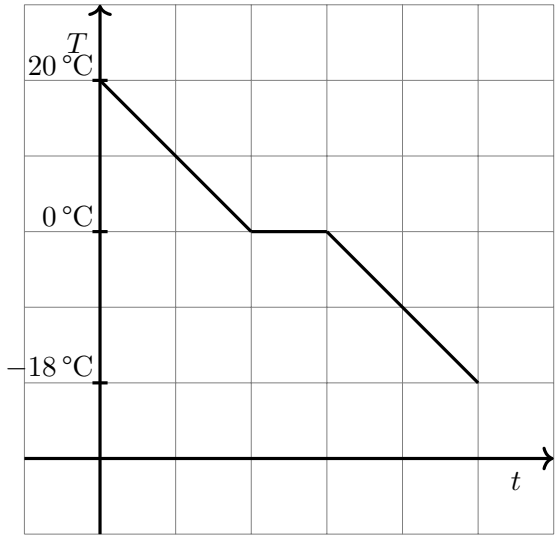
Wärmekapazität und Phasenübergänge (Kapitel 4.4,4.13)

iv. Du hast Wasser bei Raumtemperatur ($20\,°\mathrm{C}$) und willst daraus einen Eisblock machen, welcher eine Temperatur von -$18\,°\mathrm{C}$ haben soll.

a) **Skizziere grob den Temperaturverlauf mit der Zeit.**

b) **Für die Kühlung willst du flüssigen Stickstoff benutzen. Wie viel davon brauchst du um einen Eisblock von $100\,\mathrm{g}$ herzustellen?**
Nützliche Grössen: Spezifische Wärmekapazität Wasser $c_w = 4.18\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{g}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$, Spezifische Wärmekapazität Eis $c_i = 2.05\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{g}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$, Schmelzwärme Wasser $L_w = 333.5\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{g}^{-1}$, Verdampfungswärme Stickstoff $L_n = 199\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{g}^{-1}$.

a) The important thing is that the water stays at 0 °C during the phase transition from water to ice, so the temperatur curve will look something like



b) We first calculate how much heat per gram one needs to make the iceblock. We add all the contributions

$$c_{tot} = c_w \Delta T_w + L_w + c_i \Delta T_i = 454\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{g}^{-1}$$

with $\Delta T_w = 20\,°\mathrm{C}$ and $\Delta T_i = 18\,°\mathrm{C}$. We can compare this to latent heat of nitrogen to get the mass of liquid nitrogen needed to make the iceblock.

$$m_n = \frac{c_{tot}}{L_n} m_w = 228\,\mathrm{g}$$

Ideale Gasgleichung (Kapitel 4.5)

v. Eine Luftblase steigt in einem Wassertank der Höhe $1\,\mathrm{m}$ auf. Das Anfangsvolumen ist $5\,\mathrm{cm}^3$. Unter der Annahme, dass die Wassertemperatur konstant ist, was ist das Volumen an der Oberfläche?

The pressure at the bottom is $p = \rho g h + p_{atm}$ at the surface $p = p_{atm}$. By the ideal gas law we get

$$V_{sur} = \frac{\rho g h + p_{atm}}{p_{atm}} V_0$$

We plug in the values and get

$$V_{sur} = \frac{1000\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3} \cdot 9.81\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot 1\,\mathrm{m} + 1 \times 10^5\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2}}{1 \times 10^5\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2}} \cdot 5\,\mathrm{cm}^3 = 5.5\,\mathrm{cm}^3$$

vi. Wir haben ein ideales Gas mit der molaren Masse M.

a) Wie hängt die Dichte von der Temperatur T und Druck p ab?

b) Bekanntlich steigt warme Luft auf. Stimmt das für das ideale Gas auch? Wenn ja, wieso?

a) The density ist $\rho = \frac{nM}{V}$ with n the numbers of particle in moles und V the volume of the gas. From the ideal gas law we get

$$\rho = \frac{nM}{V} = \frac{pM}{RT}$$

b) We seet that with higher temperature the gas becomes less dense. This means it experiences a buoyant force and ascends.

Prozesse und Wärmemaschinen (Kapitel 4.9-4.11)

vii. Welcher thermodynamischer Prozess (isobar, isochor, isotherm, adiabtisch) beschreibt am besten folgende Phänomene?

a) Heizen eines Heissluftballons

b) Verbrennungstakt eines Dieselmotors

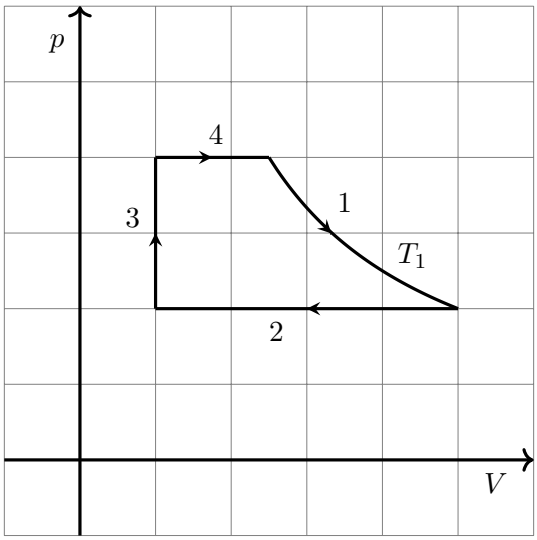
c) Aufpumpen eines Fussballs.

a) The ballon is open so pressure and volume stays constant. This means the process is isochoric and isobaric. Note, this doesn't mean that the temperature remains constant, because the system is open and the amount of particles can change as well.

b) The fuel burns so fast, that it cannot exchange heat with the environment. Therefore this is an adiabtic process.

c) The shape of the football remains more or less the same and also the tempature stays constant. Therefore the process is isochoric and isothermic. As in subquestion a) this system is open, which means the pressure can change even tough the volume and the temperature remain constant.

viii. Betrachte folgenden Kreisprozess im p-V Diagramm (Prozess 1 ist isotherm bei Temperatur T_1)



Wie sieht dieser qualitativ im T-V Diagramm und p-T Diagramm aus?

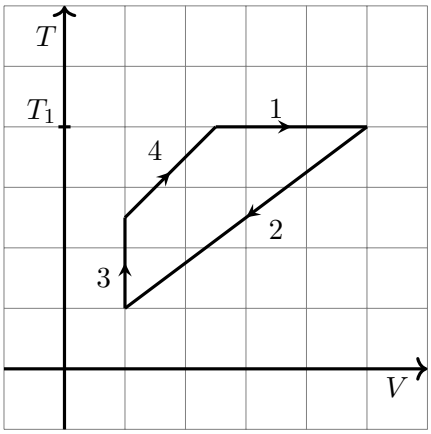
From the ideal gas law one can deduce how dependencies look like for the isobaric in the T-V diagram

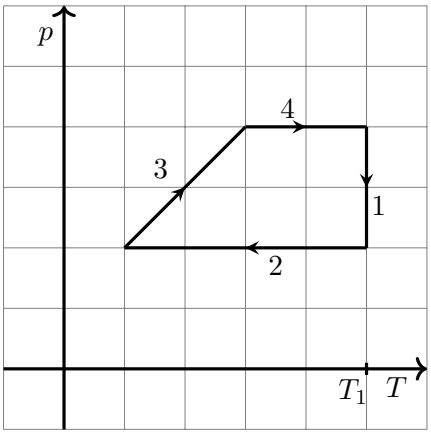
$$\left(\frac{p}{nR}\right) V = T$$

similarly we get for the isochoric process in the T-p diagram

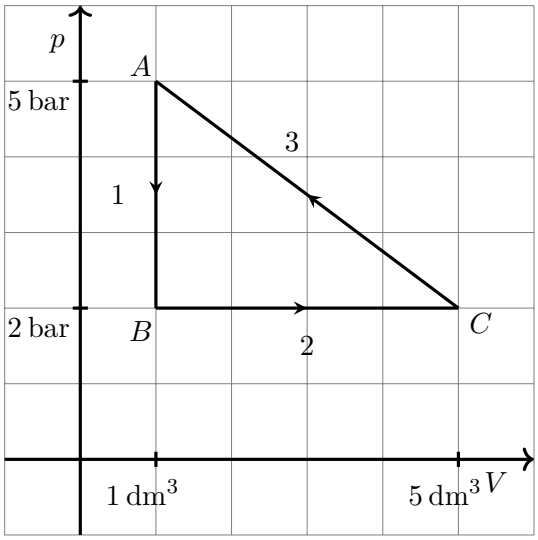
$$\left(\frac{V}{nR}\right) p = T$$

The processes where one of the variables p, V, T remains constant is perpendicular to the corresponding axis. With this one finds how the process looks like in the p-T and T-V diagram





ix. Wir betrachten eine Wärmemaschine gefüllt mit einem Mol idealem Gas, welche folgenden Kreisprozess durchläuft



a) Wie wird die Art von den Prozessen 1 und 2 genannt?

b) Bei welchen Teilprozessen wird von der Wärmemaschine Arbeit nach Aussen verrichtet und bei welchen wird von aussen an der Wärmemaschine Arbeit verrichtet? Berechne jeweils auch den Zahlenwert.

c) Was ist die netto Arbeit welche nach einem ganzen Zyklus von der Wärmemaschine verrichtet wird?

d) Berechne nun noch die hinzugefügte Wärmemenge bei den Teilprozessen 1 bis 3. Was ist die netto Wärmemenge des gesamten Kreisprozesses?

a) process 1 is isochoric, process 2 isobaric

b) When the gas expands the machine gives mechanical work (process 2). When it contracts the machine consumes mechanical work (process 3). For process 1 the volume stays constant and therefore the machine neither gives nor consumes work. The quantitive number can be found by calculating the area below the curve of each subprocess

$$W_1 = 0, W_2 = -800\,\mathrm{J}, W_3 = 1400\,\mathrm{J}.$$

c) The netto work is just the sum of the work of all subprocesses

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 600\,\mathrm{J}.$$

d) By the first law of thermodynamics we have

$$\Delta U = W + Q$$

in each process. For an ideal gas the change in internal energy is related to change in temperature

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T,$$

which can also be related to the pressure and volume with the ideal gas law

$$T_i = \frac{p_i V_i}{nR}.$$

Combining all the formulas together we get

$$Q_i = \Delta U_i - W_i = \frac{3}{2}(p_{f,i}V_{f,i} - p_{i,i}V_{i,i}) - W_i,$$

where $p_{i,i}, V_{i,i}$ and $p_{f,i}, V_{f,i}$ are the initial respectively the final pressure and volume of each process. The numerical values are

$$Q_1 = -450\,\mathrm{J}, Q_2 = 2000\,\mathrm{J}, W_3 = -2150\,\mathrm{J}.$$

The netto heat is

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = -600\,\mathrm{J}.$$

as expected, because we need to have $Q + W = \Delta U = 0$ for a cyclic process.