Uhrensynchronisation-Musterlösung

Generelle Regeln:

- Für Folgefehler wird kein Abzug gemacht, solange der Folgefehler nicht zu trivialen Rechnungen oder offensichtlich falschen Resultaten führt. Ein Folgefehler entsteht bei der Verwendung einer falschen Formel wobei nur für die Umformung, bei der der Fehler entsteht, ein Abzug gemacht wird. Unter trivialer Rechnung fällt insbesondere wenn nicht relativistisch gerechnet wird (in Teil B und C) und die Gleichungen nicht relativistisch sind.
- Für jede Unteraufgabe, in der ein Einheitenfehler auftritt (dies ist ein Fehler, bei dem links und rechts vom Gleichheitszeichen nicht dieselbe Einheit steht) gibt es einen Abzug von **(-0.25 P)**.

A. Im nicht relativistischen Fall sind die Zeitintervalle und örtliche Abstände in allen Bezugssysteme gleich.

i) Die Distanz des Fixpunktes wird in seinem Ruhesystem angegeben, welches Σ ist. Also ist $x = x_0$ **(0.25 P)**

ii) Zur Zeit $t = 0$ liegt Banach in Σ_R auch bei x, danach bewegt sich das Raumschiff mit v **(0.25 P)**, ist also zur Zeit t um $x(t) = vt$ näher bei Banach **(0.25 P)**, sodass dessen Koordinaten um vt kleiner wird. Also $x' = x_0 - vt$ **(0.25 P)**.

iii) Da die Zeit in Σ_R gleich schnell vergeht wie in Σ ist auch $t' = t$ **(0.25 P)**.

B. Nun sind die Abstände in den beiden Bezugssystemen nicht mehr gleich.

i) In Σ sind die Distanzen immer noch die gleichen, wie im nicht relativistischen Fall, da der Fixpunkt sich nicht bewegt. Also $x = x_0$ **(0.25 P)**.

ii) Das Raumschiff bewegt sich mit v, also ist der Abstand $x_0 - vt$ **(0.5 P)**. Es gibt keine Längenkontraktion, da immer noch im Ruhesystem gemessen wird (**(-0.25 P)** falls Längenkontraktion verwendet).

iii) Der Urmeter erscheint im Kontrollturm um den γ Faktor verkürzt **(0.25 P)**, also nur $\frac{1}{\gamma}$ Meter lang **(0.25 P)**.

iv) Da das Metermass von Σ_R in Σ verkürzt aussieht **(0.25 P)**, passt es γ mal öfter zwischen das Raumschiff und den Fixpunkt **(0.25 P)**, der Abstand erscheint also $\gamma(x_0 - vt)$ **(0.25 P)**. Bemerkung: Wurde in der vorherigen Aufgabe das γ falsch gesetzt, so muss konsequent weitergerechnet werden, also auch hier das γ falsch gesetzt werden, sonst **(-0.5 P)**.

v) $x' = \gamma(x_0 - vt)$ **(0.25 P)**

C. Nun müssen wir bedenken, dass sowohl die Zeiten als auch die Längen in beiden Bezugssystemen nicht mehr die gleichen sind. Die Ursache dieser Transformation liegt in der Tatsache, dass verschiedene Ereignisse in Σ' gleichzeitig stattfinden, und die Uhren danach gestellt werden, während sie in Σ nicht mehr gleichzeitig wahrgenommen werden.

i) $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ **(0.25 P)**, also $\Delta t_1 = \frac{x_0}{c}$ **(0.25 P)**.

ii) Ebenso $\Delta t_2 = \Delta t_1 = \frac{x_0}{c}$ **(0.5 P)**. Diese Gleichheit von Δt_1 und Δt_2 gilt nur, da Banach in Σ ruht.

iii) Da $\Delta t_2 = \Delta t_1$ zeigt die Uhr $\frac{\Delta t_2 + \Delta t_1}{2}$**(0.25 P)** $= \Delta t_1$**(0.25 P)** an. Nach 10 s zeigt sie auch 10 s an **(0.25 P)**, die Uhr von Banach ruht ja, also sind die Zeitintervalle gleich.

iv) Wenn das Raumschiff mit dem Metermass in seinem Ruhesystem (also in Σ_R) die Länge L_R hat, so hat es mit dem Metermass in Σ (welches ja länger erscheint **(0.25 P)**) die Länge $L = \frac{L_R}{\gamma}$ **(0.25 P)**.

v) Der Lichtimpuls bewegt sich mit c auf den Maschinenraum zu, der sich mit v bewegt. Vom Kontrollturm aus beobachten wir also, dass der Maschinenraum und der Lichtimpuls sich mit $v + c$ aufeinander zubewegen (pro Zeiteinheit Δt schrumpft die Distanz zwischen Maschinenraum und Lichtimpuls um $(v + c)\Delta t$ **(1 P)**). Also ist die Länge L nach der Zeit Δt geschrumpft $L = (v + c)\Delta t$ **(0.5 P)**, $\Delta t_1 = \frac{L}{v+c}$ **(0.5 P)**. Dies ist kein Widerspruch zum Postulat, dass c die grösst mögliche Geschwindigkeit ist, denn keines der Objekte (weder der Maschinenraum noch das Lichtsignal) bewegen sich schneller als c. Es ist auch kein

Widerspruch zur Geschwindigkeitsaddition, da man bei der Geschwindigkeitsaddition die Überlagerung von Geschwindigkeiten (also eine Geschwindigkeit wird in einem bewegten Bezugssystem gemessen) betrachtet, wir hier jedoch die Differenz zweier unabhängiger Bezugssysteme betrachten. Sonstige Punkteaufteilung: **(0.5 P)** für $\Delta t_1 < \frac{L}{c}$, **(-0.5 P)** wenn ein γ Faktor eingesetzt wird.

vi) Mit analoger Überlegung stellt man fest, dass die relative Geschwindigkeit $c - v$ ist. Es ergibt sich also $\Delta t_2 = \frac{L}{c-v}$. Analoge Korrektur **(2 P)** mit folgender Handhabung bezüglich γ Faktor: wurde in der Vorherigen Aufgabe ein γ Faktor verwendet und in dieser Aufgabe auch: **(-0.5 P)**. Wurde in der Vorherigen Aufgabe ein γ verwendet, in dieser Aufgabe aber nicht oder umgekehrt: **(-1 P)**. In beiden Aufgaben kein γ Faktor: kein Abzug.

vii) $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = L(\frac{1}{c+v} + \frac{1}{c-v}) = L\frac{2c}{c^2-v^2}$ **(0.25 P)** In Σ_R gehen die Uhren um γ langsamer, also $\Delta t' = \frac{1}{\gamma} L \frac{2c}{c^2(1-\frac{v^2}{c^2})}$**(0.5 P)** $= \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2L}{c}\gamma$ **(0.25 P)**.

viii) Die Hälfte ist $t'_{M1} = \frac{1}{2}\Delta t' = \frac{L}{c}\gamma$ **(0.5 P)**.

ix) $t'_{M0} = t'_{M1} - \Delta t'_1 = \frac{L}{c}\gamma - \frac{L}{(c+v)\gamma}$**(0.25 P)** $= \gamma\frac{L}{c}\frac{1+\frac{v}{c}-(1-\frac{v^2}{c^2})}{(1+\frac{v}{c})} = \frac{L}{c}\gamma\frac{v}{c}$ **(0.5 P)** Für einen beliebigen Punkt gilt: die y und z bzw. y' und z' Koordinaten haben keinen Einfluss auf die Zeit (da sich das Raumschiff nur in x Richtung bewegt) **(0.5 P)**. also ist $t_{\vec{r}} = -\frac{\gamma x v}{c^2}$ **(0.5 P)**, das Minus kommt daher, dass der Maschinenraum eine negative x Koordinate hat. (Falsches Vorzeichen : **(-0.25 P)**)

x) In Σ_R vergeht die Zeit um γ langsamer. Also ist $t' = \frac{t}{\gamma}$ Zeit vergangen **(0.5 P)**.

xi) Sie zeigt die Zeit zum Zeitpunkt $t = 0$ plus die Zeit, die verstrichen ist an **(0.5 P)**. Also $t'_{x0} = \gamma\frac{L}{c}\frac{v}{c} + \frac{t}{\gamma}$. **(0.25 P)**

xii) Die $x-$ Koordinate ist $x = -L + vt$ **(0.5 P)**, Für falsches Vorzeichen: **(-0.25 P)**

xiii) $L = vt - x$ in xi) einsetzen **(0.25 P)**: $t'_{x0} = \gamma\frac{Lv}{c^2} + \frac{t}{\gamma} = \gamma(\frac{v^2}{c^2}t + (1-\frac{v^2}{c^2})t - x\frac{v}{c^2})$**(0.5 P)** $= \gamma(t - \frac{v}{c^2}x)$ **(0.5 P)**. Dies ist die Lorentz Transformation, wie sie im (Bilder)Buch steht.