Ich bin mir nicht sicher, ob diese Aufgabe physikalisch Sinn macht oder mathematisch korrekt ist. Ich wäre froh, wenn das jemand abklären könnte, der ein wenig mehr Ahnung hat als ich ;)

Zweimal Sonnenuntergang

Du möchtest einen romantischen Abend mit deinem Freund/deiner Freundin geniessen und fährst mit dieser Person an den Strand, um den Sonnenuntergang zu sehen - mit einem kleinen Kirschenplücker. In dem Moment, in dem die Sonne untergeht, startest du den Lift, und fährst $h = 6\ m$ in die Höhe. Der Lift hat eine Geschwindigkeit von $v = 0.3\ \frac{m}{s}$. Nimm an, dass ihr auf dem Kirschenpflücker liegt, das heisst, ihr beobachtet das erste Mal den Sonnenuntergang auf Meereshöhe und beim zweiten Mal auf exakt $6\ m$.

Bilder einfügen: `https://i1.wp.com/imgs.xkcd.com/blag/cherrypicker_2.png` und `https://i1.wp.com/imgs.xkcd.com/blag/cherrypicker_3.png`

1. Um welchen Winkel θ hat sich die Erde gedreht, in der Zeit, die du benötigst, um den Kirschenpflücker ganz auszufahren?
2. Wie hoch 'oben' sind die Sonnenstrahlen, wenn du den Kirschenpflücker voll ausgefahren hast? Gib dein Resultat algebraisch an.
3. Könnt ihr den Sonnenuntergang ein zweites Mal beobachten? Der Radius der Erde betrage $r_E = 6'371\ km$.
4. Falls ja, könnt ihr den Sonnenuntergang auch beobachten, falls die Geschwindigkeit des Kirschenpflückers um $\Delta v = -0.02\frac{m}{s}$ langsamer ist. Falls nein, könnt ihr den Sonnenuntergang beobachten, falls die Geschwindigkeit des Kirschenpflückers um $\Delta v = +0.02\frac{m}{s}$ schneller ist?

   Alternative: Ist dies eine gute Schätzung? Berücksichtige, dass die Geschwindigkeit des Kirschenpflückers mit einem Messfehler behaftet.

Lösung:

1. Die Erde dreht sich um 2π in einem Tag. Folglich dreht sie sich in t um

   $$\theta = \frac{2\pi}{day} \cdot t \tag{1}$$

   Die benötigte Zeit ergibt sich aus $t = \frac{h}{v}$, also

   $$\theta = \frac{2\pi}{day} \cdot \frac{h}{v} \tag{2}$$

2. Aus der Skizze schliesst man $\cos\theta = \frac{r_E}{x}$, also $x = \frac{r_E}{\cos\theta}$. Die Höhe ergibt sich als Differenz von x und Erdradius r_E:

   $$h = x - r_E = r_E \cdot \left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) \tag{3}$$

Setzt man nun θ ein, ergibt sich:

$$h = r_E \cdot \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{2\pi}{day} \cdot \frac{h}{v}\right)} - 1 \right) \tag{4}$$

3. Für $day = 24 \cdot 3600\ s$ ergibt sich:

$$h = 6'371'000\ m \cdot \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{2\pi}{24 \cdot 3600\ s} \cdot \frac{6\ m}{0.3\ ms^{-1}}\right)} - 1 \right) \tag{5}$$

$$h = 6.739\ m > 6m \tag{6}$$

Es reicht leider nicht :(

4. Für $v = 0.32ms^{-1}$ ergibt sich

$$h = 5.923\ m < 6\ m, \tag{7}$$

womit ein zweiter Sonnenuntergang beobachtet werden kann. Alternative: Die Messung ist sehr ungenau, da $\theta \to 0$ für $t \ll day$. Deshalb $\cos\theta \to 1$ und $\frac{1}{cos\theta} - 1 \to 0$. Diese nun sehr kleine Zahl wird mit einer grossen Zahl (r_E) multipliziert, was zu grossen Fehlern führen kann.

Inspiriert durch : `https://blog.xkcd.com/2009/04/06/a-date-idea-analyzed/`

Parallelschwingkreis

Gegeben sei ein Parallelschwingkreis wie im Bild ersichtlich. Die Werte seien $L = 1\ mH$, $C = 100\ \mu F$, $R = 10\ \Omega$. Ziel dieser Aufgabe ist es, die Güte des Schwingkreises zu berechnen.

Resonanzfrequenz

Berechne die Resonanzfrequenz des Schwingkreises. Hinweis: Bei der Resonanzfrequenz verschwindet der Blindstrom. (Vielleicht ist diese Aufgabe zu schwer? Oder geht sie über den Stoff im Syllabus hinaus?)

Lösung Es gilt $i = u \cdot Y$, wobei i der Strom, u die Quellspannung und Y die Admittanz (Kehrwert der Impedanz) ist. Also verschwindet der Blindstrom genau dann, wenn der imaginäre Anteil der Admittanz verschwindet. Wir berechnen die Admittanz wiefolgt ($j^2 = -1$):

$$Y = j\omega C + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right) \tag{8}$$

Es muss also gelten:

$$\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \tag{9}$$

Daraus folgt:

$$f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2} \tag{10}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{1\ mH \cdot 100\ \mu F} - \left(\frac{10\ \Omega}{1\ mH}\right)^2} = 15'840\ Hz \tag{11}$$

Güte

Rechne nun weiter mit einer Resonanzfrequenz von $f_0 = 10\ kHz$. Die Güte eines reines Parallelschwingkreises ist $Q = R' \cdot \sqrt{\frac{C}{L'}}$. Deine Aufgabe ist es nun, den gegebenen Schwingkreis in einen reinen Parallelschwingkreis zu transformieren. Wandle dazu die Serienschaltung von R mit L in eine Parallelschaltung um, die bei der Resonanzfrequenz die gleiche Admittanz aufweist.

Lösung Durch Vergleich der beiden Bilder stellt man folgende Gleichungen für die Admittanzen von RL auf ($\omega = 2\pi f_0$):

$$Y_1 = \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - j\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \tag{12}$$

$$Y_2 = \frac{1}{R'} - j\frac{1}{\omega L'} \tag{13}$$

Koeffizientenvergleich ergibt:

$$R' = \frac{R^2 + (\omega L)^2}{R} = 404.8\ \Omega \tag{14}$$

$$L' = \frac{R^2 + (\omega L)^2}{\omega^2 L} = 1.025\ \text{mH} \tag{15}$$

Mit der angegebenen Formel folgt (C bleibt unverändert)

$$Q = R' \cdot \sqrt{\frac{C}{L'}} = 3.998 \tag{16}$$