

# Olimpiadi Svizzere di Fisica

## SwissPhO

Aarau, 24 marzo 2018

**Parte teorica 1 : Problemi – 3 esercizi**

Durata : 150 minuti

Totale : 48 punti (3·16)

Materiale autorizzato : - Calcolatrice non programmabile  
- Materiale per scrivere e disegnare

NB : Iniziate ogni problema su un nuovo foglio

## Buon lavoro !

Supported by :



## Problemi teorici

Durata : 150 minuti

Valutazione : 48 punti

Cominciate ogni problema su un nuovo foglio, al fine di facilitarne la correzione.

## Costanti fondamentali

Velocità della luce nel vuoto	$c$	$=$	$299\,792\,458\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Permeabilità magnetica del vuoto	$\mu_0$	$=$	$4\pi \times 10^{-7}\text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-2}\cdot\text{s}^{-2}$
Costante dielettrica del vuoto	$\varepsilon_0$	$=$	$8.854\,187\,817 \times 10^{-12}\text{ A}^2\cdot\text{s}^4\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$
Costante di Planck	$h$	$=$	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
Carica elementare	$e$	$=$	$1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19}\text{ A}\cdot\text{s}$
Costante gravitazionale	$G$	$=$	$6.673\,84(80) \times 10^{-11}\text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
Accelerazione terrestre	$g$	$=$	$9.81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Numero di Avogadro	$N_A$	$=$	$6.022\,141\,29(27) \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$
Costante dei gas	$R$	$=$	$8.314\,459\,8(48)\text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Costante di Boltzmann	$k_B$	$=$	$1.380\,648\,8(13) \times 10^{-23}\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Costante di Stefan-Boltzmann	$\sigma$	$=$	$5.670\,373(21) \times 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
Massa dell'elettrone	$m_e$	$=$	$9.109\,382\,6(16) \times 10^{-31}\text{ kg}$
Massa del protone	$m_p$	$=$	$1.672\,621\,71(29) \times 10^{-27}\text{ kg}$
Massa del neutrone	$m_n$	$=$	$1.674\,927\,28(29) \times 10^{-27}\text{ kg}$

### Esercizio 1 : Nuclei speculari (16 punti)

In questo problema ci proponiamo di fornire una stima delle dimensioni e della densità dei nuclei atomici. Indicheremo i nuclei con la notazione  ${}^A_Z X_N$ , dove  $A = Z + N$  è il numero di massa del nucleo,  $Z$  il numero di protoni e  $N$  il numero di neutroni. Supporremo che ogni nucleone (protone, neutrone) abbia forma sferica ed una massa volumetrica  $\delta$ , uniforme e uguale per ognuno di essi. Supporremo inoltre che ogni nucleone (protone, neutrone) possieda una massa  $m$  (per gli scopi del presente esercizio si può trascurare la piccola differenza di massa - 0.14 % - tra neutrone e protone).

**i. (1 pt)** Il raggio  $R$  dei nuclei dipende dal numero di massa  $A$ ; si dimostri che la relazione tra queste due grandezze è del tipo:  $R(A) = R_0 A^\alpha$ . Si trovi l'espressione di  $R_0$  e il valore di  $\alpha$ .

Nel seguito del problema ci proponiamo di ricavare un valore numerico di  $R_0$  e per questo servirà una stima grossolana dell'energia potenziale elettrostatica di un nucleo,  $U_e$ . A tale scopo, si supponga che la carica  $+Ze$  del nucleo sia distribuita uniformemente nel suo volume (è evidente che questa approssimazione sarà ragionevole solo per  $Z$  abbastanza grande). Si consideri quindi una sfera di raggio  $R$  in cui è distribuita uniformemente una quantità di carica elettrica  $+Ze$ .

**ii. (4 pt)** Si determini l'energia potenziale elettrostatica della sfera; si troverà un'espressione del tipo  $U_e = \beta Z^2 A^\gamma$ . Si determinino  $\beta$  e  $\gamma$ .

Diremo che due nuclei sono speculari se valgono le relazioni  $Z_1 = N_2$  e  $Z_2 = N_1$  con l'ulteriore condizione che i due elementi siano contigui nella tavola periodica, cioè tali che  $Z_2 = Z_1 + 1$ ; formano una coppia di nuclei speculari, ad esempio,  ${}^{13}_6\text{C}_7$  e  ${}^{13}_7\text{N}_6$ .

In fisica nucleare si definisce energia di legame,  $E_l$ , di un nucleo l'energia che serve per separare tutti i nucleoni che lo compongono. Sulla base di un modello, proposto nel 1939 da Bohr e Wheeler, che assimila il nucleo atomico ad una goccia di liquido, Bethe e Weizsäcker hanno ricavato una formula semi-empirica che esprime l'energia di legame come la somma di

- due termini dovuti all'interazione forte che tiene uniti i nucleoni (un termine di volume,  $a_V A$ , e un termine di superficie,  $a_S A^{2/3}$ );

questi termini dipendono soltanto da  $A$  (l'interazione forte infatti non distingue tra protoni e neutroni) e li indicheremo complessivamente con  $F(A)$ ;

- un termine dovuto all'interazione elettrostatica tra i protoni,  $U_e$ , calcolata sopra; questo termine ha segno negativo, in quanto la repulsione tende a disgregare il nucleo;
- due termini dovuti al principio di esclusione di Pauli; il primo di questi è direttamente proporzionale a  $(A - 2Z)^2/A$ ; il secondo risulta nullo nel nostro caso.

In definitiva, quindi, possiamo scrivere, per i nuclei speculari che consideriamo qui,

$$E_l = F(A) - U_e + \eta \frac{(A - 2Z)^2}{A} \quad (1)$$

dove  $\eta$  è un coefficiente di proporzionalità.

**iii. (0.5 pt)** Si dimostri che la differenza di energia di legame di due nuclei speculari è l'opposto della loro differenza di energia potenziale elettrostatica.

**iv. (1 pt)** Si scriva la differenza di energia di legame in funzione di  $A$ , usando per  $U_e$  l'espressione ricavata al punto **ii** dove, per tener conto del fatto che la repulsione si ha solo per  $Z > 1$ , è opportuno sostituire  $Z^2$  con  $Z(Z - 1)$ .

Nella tabella seguente sono elencate varie coppie di nuclei speculari, per diversi valori del numero di massa. Per ciascun nucleo è indicata, tra parentesi, l'energia di legame, in MeV ( $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$ ).

$A$	Nucleo 1	Nucleo 2
35	${}^{35}_{17}\text{Cl}_{18}$ (298.2)	${}^{35}_{18}\text{Ar}_{17}$ (291.5)
45	${}^{45}_{22}\text{Ti}_{23}$ (385.0)	${}^{45}_{23}\text{V}_{22}$ (377.1)
55	${}^{55}_{27}\text{Co}_{28}$ (476.8)	${}^{55}_{28}\text{Ni}_{27}$ (467.3)
65	${}^{65}_{32}\text{Ge}_{33}$ (556.0)	${}^{65}_{33}\text{As}_{32}$ (545.9)
75	${}^{75}_{37}\text{Rb}_{38}$ (633.6)	${}^{75}_{38}\text{Sr}_{37}$ (622.3)

**v. (4 pt)** Grazie a questi dati, tracciate un grafico appropriato che permetta di determinare facilmente  $\beta$ . In seguito determinate  $R_0$ .

**vi. (1.5 pt)** Usando il valore trovato per  $R_0$ , si dia una stima della densità di massa (si assuma come massa di un nucleone il valore  $1.674 \times 10^{-27}$  kg dei nuclei. Si dia inoltre una stima della densità di carica [ $\text{C}\cdot\text{m}^{-3}$ ] del nucleo  ${}_{18}^{35}\text{Ar}_{17}$ .

Torniamo brevemente all'energia di legame nella forma semplificata :

$$E_l = a_V A - a_S A^{2/3} - \beta Z^2 A^\gamma + \eta \frac{(A - 2Z)^2}{A} \quad (2)$$

Esistono configurazioni di nucleo più stabili di altre, a seconda del numero di nucleoni contenuti nel nucleo.

**vii. (3 pt)** Per un numero di massa  $A$  conosciuto, qual'è il rapporto neutrone-protone  $N/Z$  ideale? Esprimate il risultato in funzione di  $A, a_V, a_S, \beta, \eta$  (e di  $\gamma$  se non avete trovato il suo valore)

*Riadattato dalle Olimpiadi Italiane della Fisica 2011.*

## Esercizio 2 : Si gira (16 punti)

### Parte A. Si riflette (5 punti)

Un vascello spaziale emette una luce monocromatica di lunghezza d'onda  $\lambda_0$  in vostra direzione mentre si allontana da voi a velocità  $v$ .

**i. (2 pt)** Mostrate che la lunghezza d'onda  $\lambda'$  che osservate soddisfa la relazione

$$\lambda' = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \lambda_0 \quad \text{dove } \beta = \frac{v_r}{c}, \quad (3)$$

in cui  $c$  è la velocità della luce e  $v_r$  è la velocità del vascello relativa a voi (per convenzione  $v_r$  è positiva quando il vascello si allontana).

**ii. (0.5 pt)** Considerate ora che voi state emettendo la stessa luce di lunghezza d'onda  $\lambda_0$  nella direzione del vascello che si allontana da voi a velocità  $v$ . Qual'è la lunghezza d'onda  $\lambda'$  osservata da una persona nel vascello? *Date la vostra risposta in termini di variabili date e costanti fisiche.*

**iii. (1 pt)** A bordo del vascello viene installato uno specchio che riflette verso di voi la luce da voi emessa con lunghezza d'onda  $\lambda_0$ . Qual'è la lunghezza d'onda  $\lambda''$  che osservate ora? *Date la vostra risposta in termini di variabili date e costanti fisiche.*

**iv. (1.5 pt)** Mostrate che, per piccoli valori di  $\beta$  ( $\beta \ll 1$ ), la differenza  $\Delta\lambda$  tra le lunghezze d'onda  $\lambda''$  e  $\lambda_0$ , soddisfa l'equazione in  $\beta$

$$\Delta\lambda = 2\beta\lambda_0. \quad (4)$$

### Parte B. Si gira (2 punti)

Considerate un pianeta di raggio  $R$  che ruota a velocità angolare  $\Omega$ . L'asse di rotazione del pianeta è perpendicolare all'asse  $x$ , sul quale vi trovate sia voi che il centro del pianeta. Vi trovate quindi sul piano definito dall'equatore del pianeta stesso (cf, Fig. 1).

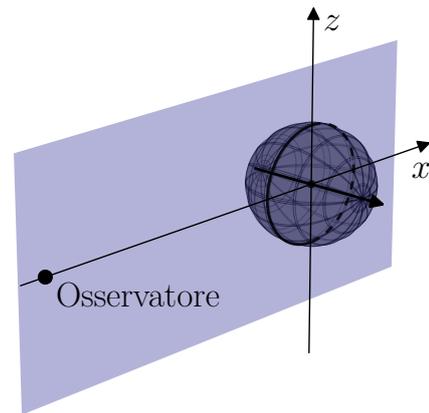


Fig. 1 – La direzione di rotazione è data dalla freccia nera. Considerate la distanza tra voi ed il pianeta come molto grande.

**i. (1 pt)** Disegnate su un grafico la proiezione sull'asse  $x$  della velocità tangenziale di un punto sull'equatore del pianeta in funzione della sua coordinata  $z$ .

**ii. (1 pt)** Sullo stesso grafico, schizzate la velocità minima e massima in funzione dell'asse  $x$  che un satellite in orbita attorno al pianeta deve tenere con raggio dell'orbita  $r$  tra  $r_1$  e  $r_2$  ( $R < r_1 < r_2$ ). Qual è la relazione tra le velocità e  $r$ ?

### Parte C. Uno spettro (4 punti)

Quando Saturno si trova in opposizione al sole (vale a dire che la Terra si trova tra il Sole e Saturno), degli astronomi hanno misurato lo spettro della luce solare riflessa da Saturno facendola passare per una fessura e di seguito per un reticolo di diffrazione, prima di proiettarla su uno schermo (cf Fig. 2). L'altezza della fessura limita l'altezza della proiezione ottenuta, mentre il reticolo di diffrazione proietta lo spettro della luce. Delle fonti di luce con lunghezza d'onda conosciuta sono state disposte alle estremità della fessura per avere uno spettro di riferimento. L'estensione della fessura in  $z$  è molto più elevata che in  $y$ . La dimensione della fessura in  $y$  non produce fenomeno di diffrazione della luce.

*Questa parte è data dal reticolo di diffrazione ed è indipendente dalla parte successiva.*

**i. (0.5 pt)** Schizzate l'immagine di ordine 0 della proiezione sullo schermo della diffrazione attraverso il reticolo. Descrivete il vostro disegno.

**ii. (3.5 pt)** L'immagine di primo ordine della diffrazione ottenuta nella configurazione 2 è riportata nella figura 3. Trovate la distanza  $L$  (misurata sull'asse  $x$ ) tra il reticolo e lo schermo, sapendo che la larghezza di una fessura del reticolo è  $d = 800 \text{ nm}$ . Usate lo spettro mostrato nella figura 3 e considerate che sia stampato in scala 1 : 1).

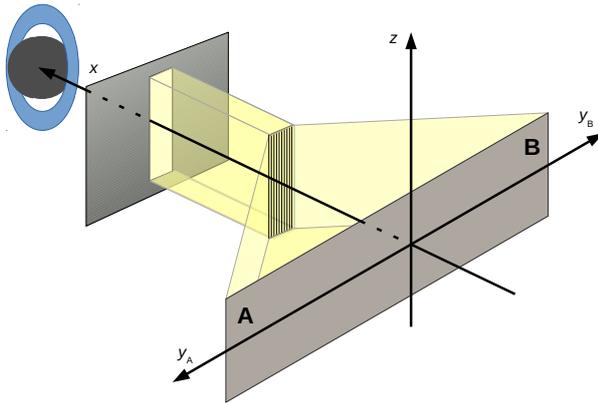


Fig. 2 – La distanza tra Saturno e la fessura non è in scala : è in realtà molto più elevata. L'asse visivo  $x$  e l'asse  $z$  sono gli stessi rispetto alla figura 1. L'asse  $y$  sullo schermo è lo stesso asse  $y$  sulla figura 3. Il piano in cui si trovano gli anelli di Saturno è leggermente inclinato rispetto all'asse  $xz$ .

#### Parte D. Uno strano spettro (5 punti)

**i. (1 pt)** Da che punto di Saturno provengono le lunghezze d'onda simili a quelle degli spettri di riferimento?

**ii. (1 pt)** Identificate da quale zona dello schermo (A o B) proviene lo spettro illustrato. Giustificate

la vostra risposta e indicate in che direzione bisogna indicare l'asse  $z$  sulla figura (da sinistra a destra o da destra a sinistra).

**iii. (2 pt)** Calcolate la velocità angolare della rotazione di Saturno con l'aiuto degli spettri dati.

**iv. (1 pt)** Spiegate perché l'inclinazione dello spettro dei raggi nella regione degli anelli è inclinata in modo opposto rispetto allo spettro dei raggi del pianeta.

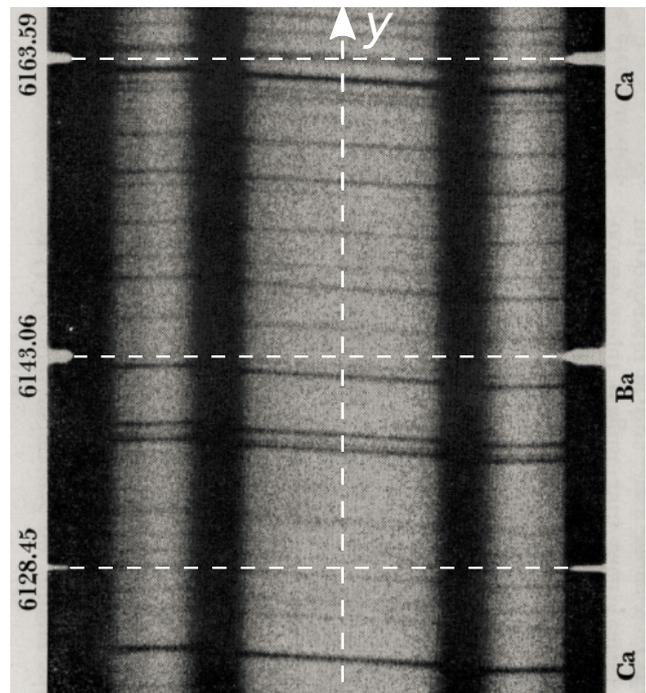


Fig. 3 – Parte dello spettrogramma di Saturno misurato dall'osservatorio Lick da H. Spinrad e L. Giver il 19 agosto 1964. Le lunghezze d'onda sono indicate sull'asse  $y$  in  $\text{\AA}$ . Fonte : O. Gingerich, *Sky & Telescope* 28, 278, 1964.

### Esercizio 3 : Dipoli magnetici (16 punti)

#### Parte A. Dipolo di Gilbert (4.5 punti)

Un dipolo di Gilbert è composto da un paio di "monopoli" magnetici separati da una distanza  $d$  (la distanza  $d$  è piccola); entrambi i monopoli contengono una carica  $q_m$ , ma di segno opposto (vedi Fig. 4). In questo caso, la carica  $-q_m$  è situata a  $z = 0$ , e  $+q_m$  in  $z = d$ .

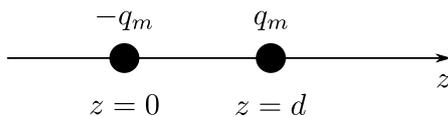


Fig. 4 – Dipolo di Gilbert

Supponete che i monopoli magnetici siano composti in maniera simile a dei monopoli elettrici, con una forza di tipo "Coulomb",

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_{m1}q_{m2}}{r^2} \quad (5)$$

e un campo magnetico

$$B = \frac{F}{q_m}. \quad (6)$$

**i. (1 pt)** Quali sono le dimensioni della carica  $q_m$ ? Esprimete la vostra risposta in unità SI.

**ii. (2 pt)** Determinare l'equazione del campo magnetico  $B(z)$  lungo l'asse  $z$ , per  $z > d$ . Esprimere il risultato in funzione di  $q_m$ ,  $d$ ,  $z$  e delle costanti fondamentali.

**iii. (1.5 pt)** Come diventa  $B(z)$  se  $d \rightarrow 0$ ? Supponete che il prodotto  $q_m d \equiv p_m$  resti costante. Esprimere il risultato in funzione di  $p_m$ ,  $z$  e delle costanti fondamentali.

#### Parte B. Dipolo di Ampère (7.5 punti)

Un dipolo di Ampère è un dipolo magnetico prodotto da una corrente circolare  $I$  attorno a un cerchio di raggio  $r$ , con  $r$  debitamente piccolo. Supponete che l'asse  $z$  sia l'asse di simmetria del cerchio e che il cerchio si trovi sul piano  $xy$ , in  $z = 0$  (vedi Fig. 5).

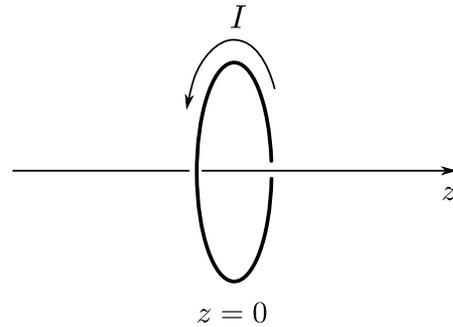


Fig. 5 – Dipolo di Ampère

**i. (4 pt)** Determinare l'equazione del campo magnetico  $B(z)$  lungo l'asse  $z$ , per  $z > 0$ . Esprimere il risultato in funzione di  $I$ ,  $r$  e delle costanti fondamentali.

Supponete che l'espressione  $kIr^\gamma$  abbia le stesse unità di misura della quantità  $q_m$  definita nella parte **A**, dove  $k$  e  $\gamma$  sono senza dimensioni.

**ii. (1 pt)** Determinare il valore di  $\gamma$ .

**iii. (1.5 pt)** Come diventa  $B(z)$  se  $r \rightarrow 0$ ? Supporre che l'espressione  $kIr^\gamma \equiv p'_m$  resti costante. Esprimere il risultato in funzione di  $p'_m$ ,  $z$  e delle costanti fondamentali.

**iv. (1 pt)** Supponendo da adesso che i due approcci siano equivalenti, avremo allora  $p_m = p'_m$ . Cos'è il valore di  $k$  in questo caso?

#### Parte C. Dipoli ovunque! (4 punti)

Ora proviamo a comparare i due approcci se modelliamo una calamita come se fosse composta da microscopici dipoli densamente arrangiati.

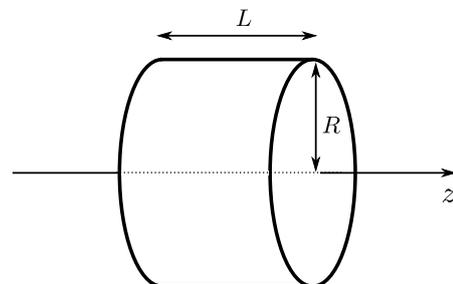


Fig. 6 – Una calamita cilindrica

Un cilindro costituito di questo materiale magnetico possiede un raggio  $R$  e una lunghezza  $L$ . È composto da  $N$  dipoli magnetici, che possono essere di tipo Gilbert di tipo Ampère.  $N$  è da considerarsi molto grande. L'asse di rotazione del cilindro, nonché tutti i dipoli, sono allineati lungo

l'asse  $z$ ; inoltre tutti i dipoli puntano nella stessa direzione (come definito precedentemente) così che il campo magnetico *all'esterno* della calamita sia lo stesso in entrambi i casi di dipolo come precedentemente determinato. La figura Fig. 7 illustra i due modelli di dipolo: sono dei cubi di lato  $d \ll R$  e  $d \ll L$ , con un volume  $V_m = d^3$ .

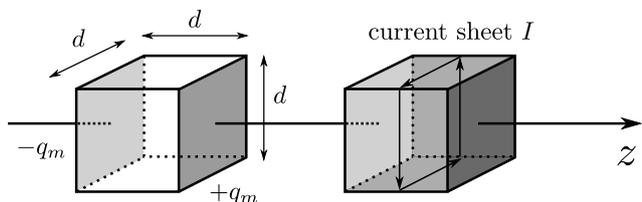


Fig. 7 – Dipolo di Gilbert (a sinistra) e dipolo di Ampère (a destra).

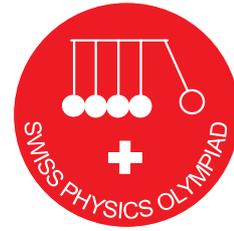
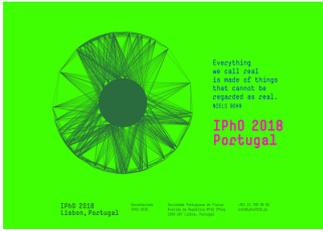
Supporre prima di tutto che  $R \gg L$  e si considerino solamente dei dipoli di tipo Gilbert.

**i. (2 pt)** Determinare il modulo e la direzione del campo magnetico  $B$  al centro del cilindro, in funzione di  $p_m, R, L, V_m$  e delle costanti fondamentali.

Supporre ora che  $R \ll L$ , e si considerino questa volta unicamente dei dipoli di tipo Ampère.

**ii. (2 pt)** Determinare il modulo e la direzione del campo magnetico  $B$  al centro del cilindro, in funzione di  $p_m, R, L, V_m$  e delle costanti fondamentali.

*Riadattato dalle USA Physics Olympiad 2015.*



# Olimpiadi Svizzere di Fisica

## SwissPhO

Aarau, 25 marzo 2018

**Parte teorica 1 : 6 domande corte**

Durata : 60 minuti

Totale : 24 punti (3·16)

Materiale autorizzato : - Calcolatrice non programmabile  
- Materiale per scrivere e disegnare

NB : Iniziate ogni problema su un nuovo foglio

## Buon lavoro !

Supported by :



## Domande brevi

Durata : 60 minuti

Valutazione : 24 punti

Cominciate ogni problema su un nuovo foglio, al fine di facilitarne la correzione.

## Costanti fondamentali

Velocità della luce nel vuoto	$c$	$= 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Permeabilità magnetica del vuoto	$\mu_0$	$= 4\pi \times 10^{-7} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-2}\cdot\text{s}^{-2}$
Costante dielettrica del vuoto	$\epsilon_0$	$= 8.854\,187\,817 \times 10^{-12} \text{ A}^2\cdot\text{s}^4\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$
Costante di Planck	$h$	$= 6.626\,069\,57 \times 10^{-34} \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
Carica elementare	$e$	$= 1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19} \text{ A}\cdot\text{s}$
Costante gravitazionale	$G$	$= 6.673\,84(80) \times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
Accelerazione terrestre	$g$	$= 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Numero di Avogadro	$N_A$	$= 6.022\,141\,29(27) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Costante dei gas	$R$	$= 8.314\,459\,8(48) \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Costante di Boltzmann	$k_B$	$= 1.380\,648\,8(13) \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Costante di Stefan-Boltzmann	$\sigma$	$= 5.670\,373(21) \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
Massa dell'elettrone	$m_e$	$= 9.109\,382\,6(16) \times 10^{-31} \text{ kg}$
Massa del protone	$m_p$	$= 1.672\,621\,71(29) \times 10^{-27} \text{ kg}$
Massa del neutrone	$m_n$	$= 1.674\,927\,28(29) \times 10^{-27} \text{ kg}$

### Esercizio 1 : Una bilancia particolare (4 punti)

Consideriamo due fili conduttori paralleli, di lunghezza  $L$ , attaccati alle loro estremità per due molle metalliche. Ogni molla ha una lunghezza a riposo  $l_0$  e una costante elastica  $k$  (cf. Fig. 1). In questo problema trascuriamo l'effetto della forza di gravità.

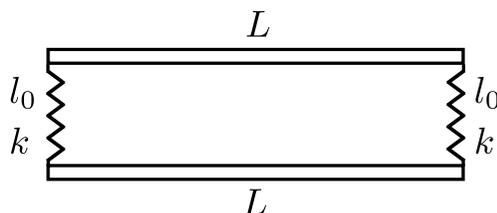


Fig. 1 – Due fili attaccati da due molle.

Facciamo passare una corrente  $I$  nel dispositivo.

- i. (0.5 pt) Descrivete brevemente quello che succede prima e dopo che si comincia a far passare la corrente.
- ii. (3 pt) Determinare la corrente  $I$  necessaria per far sì che la lunghezza totale di ogni molla sia  $l_1$ .
- iii. (0.5 pt) A cosa può servire questo dispositivo?

**Esercizio 2 : Un'altra bilancia (4 punti)**

Una bilancia a due bracci è mantenuta in equilibrio da una parte, da una sfera di piombo ( $\rho_{\text{Pb}} = 11.3 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) e dall'altra da una d'oro ( $\rho_{\text{Au}} = 19.3 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ). I due bracci hanno la stessa lunghezza.

- i. (2.5 pt) Si immergono le due sfere in due recipienti pieni d'acqua, da che parte si inclinerà la bilancia? Giustificate la risposta
- ii. (1.5 pt) Quale densità dovrebbe avere il liquido contenuto nel recipiente, verso il quale si inclina la bilancia, per mantenerla in equilibrio?

**Esercizio 3 : Pista delle biglie (4 punti)**

Due biglie rotolano in una delle parti in piano di una pista delle biglie alla stessa velocità  $v_0$ , e si trovano ad una distanza  $d_0$ . Dopo essere passate in un giro della morte si ritrovano in un'altra zona in piano, ad un'altezza  $\Delta h$  più in basso.

A che distanza sono adesso le due biglie,

- i. (2 pt) assumendo che slittino senza attrito?
- ii. (2 pt) assumendo che rotolino senza scivolare?

**Esercizio 4 : Condensatori in serie (4 punti)**

La figura Fig. 2 rappresenta due condensatori a piastre collegati in serie, in cui la parte centrale, di lunghezza  $b$ , si può spostare verticalmente. La superficie di ogni piatto è  $S$ . Tra  $A$  e  $B$  viene mantenuta una tensione costante  $U$ .

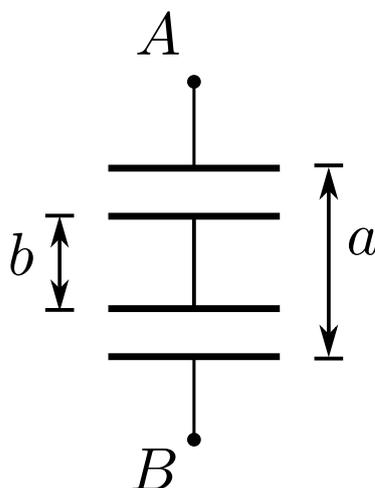


Fig. 2 – Due condensatori a piastre.

- i. (4 pt) Come cambia l'energia salvata nei condensatori, quando la parte centrale viene rimossa? Esprimate la risposta in funzione delle grandezze date.

### Esercizio 5 : Flusso di calore in un contenitore rotondo (4 punti)

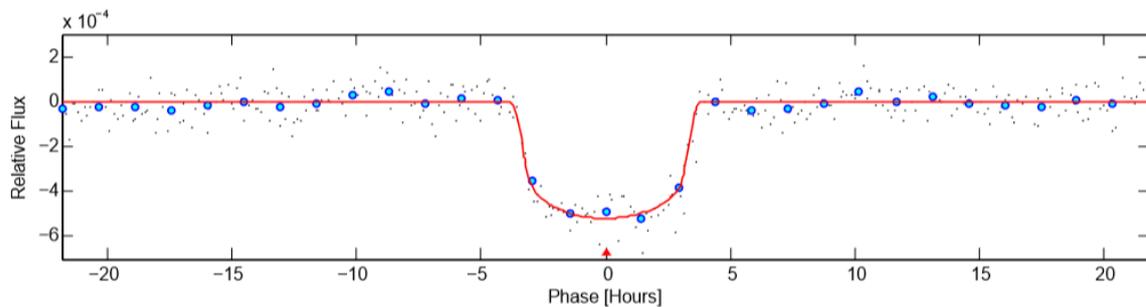
All'interno di un contenitore sferico viene mantenuta una temperatura costante  $T_{in}$ . La parete interna si trova ad un raggio  $r_{in}$ . Misurando sulla superficie esterna con raggio  $r_{out} > r_{in}$  si ottiene una temperatura  $T_{out}$ . Il materiale isolante tra le due pareti ha una capacità termica di  $\lambda$ .

**i. (4 pt)** Quanto vale la potenza di trasferimento termico  $Q$  dall'interno della sfera verso l'esterno? Esprimete il risultato in funzione delle costanti fornite, dove le temperature sono in [K], le lunghezze in [m], la capacità termica in [W/(m·K)] e la potenza di trasferimento termico in [W].

Consiglio :  $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + K, \alpha \neq -1 \quad \int x^{-1} dx = \ln|x| + K$

### Esercizio 6 : Exopianeta (4 punti)

Attorno alla stella Kepler-22 ( $M_K = 0.97M_{Sole}$ ,  $R_K = 0.979R_{Sole}$ ) orbita un Exopianeta Kepler-22b. Il piano dell'orbita di questo pianeta è orientato in modo che, visto dalla Terra, passi davanti alla sua stella. Durante un transito può essere osservata una riduzione di luminosità. Il grafico seguente mostra la luminosità osservata per uno di questi transiti di Kepler-22b.



**i. (2.5 pt)** Calcolate il raggio  $R_p$  del pianeta.

Consiglio :  $M_{Sole} \approx 1.989 \times 10^{30}$  kg,  $R_{Sole} \approx 6.955 \times 10^5$  km.

Il periodo  $\Delta T$  tra due riduzioni di luminosità è di 289.9 giorni.

**ii. (1.5 pt)** Calcolate la grandezza del semi-asse maggiore dell'orbita.