PHYSICS.
OLYMPIAD.CH
PHYSIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE PHYSIQUE
OLIMPIADI DELLA FISICA

Olimpiadi di Fisica

Finale

Aarau, 16-17 marzo 2019

Parte teorica 1 : 3 problemi

Durata	:	150 minuti
Totale	:	48 punti (3·16)
Materiale autorizzato	:	- Calcolatrice non programmabile
		- Materiale per scrivere e disegnare

NB : Iniziate ogni problema su un nuovo foglio

Buon lavoro !

Supported by :

Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
SISF (BASF, Novartis, Roche, Syngenta (Basel))
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Problemi teorici

Durata : 120 minuti
Valutazione : 48 punti

Cominciate ogni problema su un nuovo foglio, al fine di facilitarne la correzione.

Costanti fondamentali

Velocità della luce nel vuoto	c	=	$299\,792\,458\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	=	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}A^{-2}{\cdot}s^{-2}}$
Costante dielettrica del vuoto	ε_0	=	$8.854\,187\,817 \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2{\cdot}s^4{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-3}}$
Costante di Planck	h	=	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}}$
Carica elementare	e	=	$1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19}\,\mathrm{A{\cdot}s}$
Costante gravitazionale	G	=	$6.673\,84(80) \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$
Accelerazione terrestre	g	=	$9.81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
Numero di Avogadro	N_A	=	$6.022\,141\,29(27) \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Costante dei gas	R	=	$8.314\,459\,8(48)\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}}$
Costante di Boltzmann	k_B	=	$1.380\,648\,8(13) \times 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	=	$5.670\,373(21) \times 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$
Massa dell'elettrone	m_e	=	$9.109\,382\,6(16) \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Massa del protone	m_p	=	$1.672\,621\,71(29) \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Massa del neutrone	m_n	=	$1.674\,927\,28(29) \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Esercizio 1 : Decadimento di un pione *(16 punti)*

Un pione (π^0) è una particella instabile con un'energia a riposo $m_{\pi^0}c^2 = 135\,\mathrm{MeV}$ [1] che decade tipicamente in due fotoni. La sua vita media è di circa $\tau = 8.52(18) \times 10^{-17}\,\mathrm{s}$. Per comprendere meglio questo decadimento, consideriamo prima di tutto un esempio classico simile.

Parte A. Un'analogia classica (7 punti)

Consideriamo un proiettile costituito da due emisferi identici di massa $m = 10\,\mathrm{kg}$. All'interno del proiettile c'è una carica esplosiva di massa trascurabile che trasmette un'energia totale di $0.12\,\mathrm{MJ}$ agli emisferi durante l'esplosione.

i. (0.5 pt) Qual è l'energia di ciascun emisfero dopo l'esplosione, nel sistema di riferimento a riposo del proiettile iniziale?
ii. (1.5 pt) A quale quantità di moto corrisponde?
iii. (0.5 pt) Consideriamo ora un altro sistema di riferimento in cui il proiettile si muove a $540\,\mathrm{km/h}$. In vista del decadimento del pione, chiameremo questo sistema il sistema di riferimento di laboratorio. Quale deve essere l'orientamento geometrico reciproco dei due emisferi volanti, nel sistema di riferimento di laboratorio, in modo che le loro energie siano estreme?
iv. (1.5 pt) Quali sono l'energia minima e massima di un emisfero?
v. (1 pt) Quali sono le velocità corrispondenti nel sistema di riferimento di laboratorio?
vi. (2 pt) La detonazione della carica esplosiva avviene 15 ± 1 s dopo che il proiettile è stato sparato. Qual è la distanza coperta nel sistema di riferimento del laboratorio? Disegna la distribuzione di probabilità ed etichettala nel miglior modo possibile.

Parte B. Il decadimento della particella (XX punti)

Consideriamo ora l'effettivo decadimento di un pione in due fotoni:

$$\pi^0 \longrightarrow \gamma\gamma$$

In questo caso, procederemo come in precedenza: facciamo le prime considerazioni nel sistema di riferimento del pione, e poi consideriamo il sistema di riferimento di laboratorio.
Nota: In fisica delle particelle, l'uso delle unità MeV *per l'energia,* MeV/c *per la quantità di moto e* MeV/c^2 *per la massa è legittimo e può semplificare i calcoli.*

i. (0.5 pt) Quale energia riceve ogni fotone nel sistema di riferimento a riposo?
ii. (0.5 pt) A quale quantità di moto corrisponde?
iii. (2 pt) Una possibile fonte di π^0 è lo scambio di cariche all'interno di un nucleo di idrogeno. In questo caso, ogni π^0 riceve una quantità di moto pari a $28\,\mathrm{MeV/c}$ nel sistema di riferimento di laboratorio. Determina l'energia e la velocità corrispondenti.
iv. (3 pt) Nel sistema di riferimento di laboratorio, consideriamo nuovamente il caso in cui l'energia dei fotoni è estrema. Determinare quelle energie estreme.
v. (0.5 pt) Determinare la velocità corrispondente dei fotoni.
vi. (2.5 pt) Qual è la distanza coperta dai π^0 tra la loro formazione e il loro decadimento, nel sistema di riferimento di laboratorio? Fai uno schizzo qualitativo della distribuzione di probabilità ed etichettala nel miglior modo possibile.

[1] L'unità di misura elettronvolt è definita come l'energia di un elettrone che viene accelerato di un volt. $1\,\mathrm{eV} = 1.609 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$, $1\,\mathrm{MeV} = 1.609 \times 10^{-13}\,\mathrm{J}$. Nella fisica delle particelle, è comune usare MeV per un'energia, MeV/c per una quantità di moto e MeV/c^2 per una massa.

Esercizio 2 : Nelle nuvole *(16 punti)*

Nota : Le due parti di questo esercizio sono indipendenti e possono essere risolte separatamente.

Parte A. Il fenomeno dell'alone (11 punti)

Osservando il cielo, a volte è possibile osservare aloni di luce, come in Figura 1, causati dalla rifrazione dei raggi solari attraverso i cristalli di ghiaccio che formano il cirrostrato, nuvole situate ad un'altitudine di circa 5.5 km. La figura 2 illustra questo fenomeno.

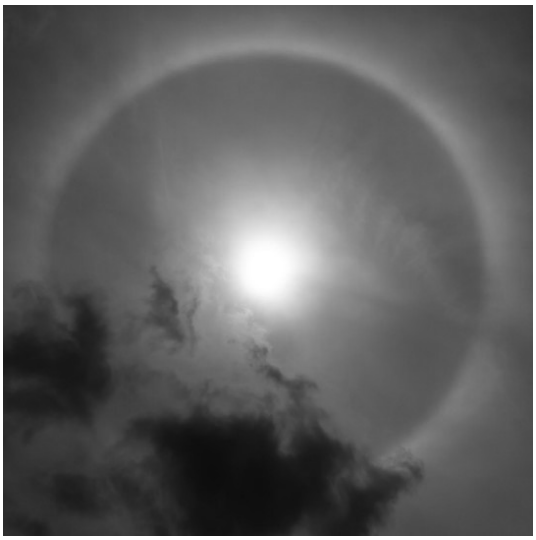


Fig. 1: Un alone, con il sole al centro.

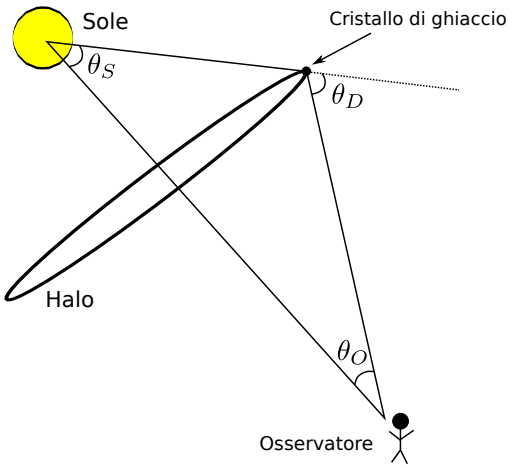
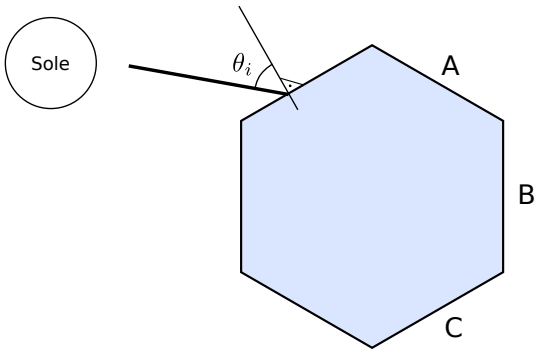


Fig. 2: Schema della formazione dell'alone.

Proponiamo ora di trovare l'angolo di deviazione θ_D e di comprendere questo fenomeno di alone. Per il resto di questa parte, lavoreremo semplicemente in due dimensioni. La convenzione sarà θ_i l'angolo di incidenza sul cristallo di ghiaccio, θ_r l'angolo di rifrazione all'uscita del cristallo e θ_D l'angolo di deflessione tra il raggio in entrata e quello in uscita (NB: gli angoli di incidenza o rifrazione sono sempre misurati tra il raggio luminoso e la normale alla superficie del cristallo).

i. (1 pt) Si considera un cristallo di ghiaccio esagonale. Da quale lato uscirà il raggio rifratto, in modo che si formi un alone? Riproducete il diagramma sottostante disegnando l'andamento della luce fino a quando esce dal cristallo, e indicate in particolare gli angoli θ_i e θ_r.



ii. (2.5 pt) Indicate le espressioni algebriche di θ_r e θ_D secondo θ_i, n_{aria} e n_{ghiaccio}, dove n_i è l'indice di rifrazione nel mezzo i.

Il diagramma seguente mostra le funzioni $\theta_r(\theta_i)$ e $\theta_D(\theta_i)$.

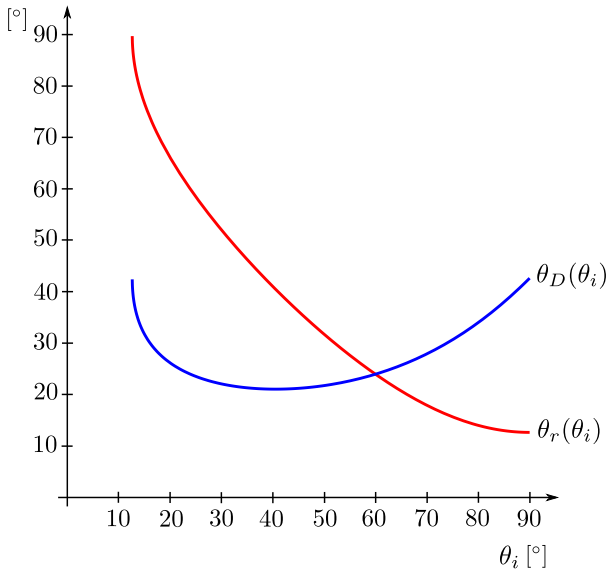


Fig. 3: Angoli di rifrazione θ_r e angoli di deviazione θ_D in funzione dell'angolo di incidenza θ_i.

iii. (1.5 pt) Come spiegate il campo vuoto corrispondente a $\theta_i \in [0°, 13.5°]$? Giustificate la vostra risposta con un calcolo.

iv. (1.5 pt) Qual è l'angolo θ_D di un alone? Giustificate la vostra risposta.

v. (1.5 pt) Nella Figura 1, potete vedere che l'area all'interno dell'alone è più scura che all'esterno. Perché?

vi. (1.5 pt) Per un osservatore dal suolo, la dimensione di un alone dovrebbe essere data da θ_O (come da figura 2). Perché è ragionevole dire che la sua dimensione può essere data da θ_D?
Suggerimento: trovate una relazione tra gli angoli θ_O, θ_S e θ_D raffigurati nella figura 2.

vii. (1.5 pt) L'attenta osservazione di un alone permette di osservare lo spettro della luce su tutta la circonferenza. Tra il rosso e il blu, quale colore si trova all'interno dell'alone, e quale all'esterno? Giustificate la vostra risposta.
Suggerimento : In un ambiente trasparente, si può stabilire la seguente relazione tra l'indice di rifrazione n e la lunghezza d'onda λ (equazione di Cauchy): $n(\lambda) = A + B/\lambda^2$, dove A e B sono due costanti.

Dati (parte A) :
$n_{\text{aria}} = 1, \quad n_{\text{ghiaccio}} \approx 1.31$

Nota : In questo problema, viene utilizzato solo un cristallo bidimensionale, ma i cristalli di ghiaccio che formano il cirrostrato sono in realtà prismi a base esagonale. Così, quando un raggio di luce passa attraverso una faccia laterale di questo prisma, ma emerge da una delle basi, si può talvolta osservare un secondo alone, più grande di quello studiato nel problema.

Parte B. Perché una nuvola non cade (5 punti)

Quando guardiamo il cielo, possiamo vedere che le nuvole che si trovano a una certa altitudine rimangono lì e non cadono mai sulla terra, nonostante siano soggette alla gravità.

i. (2 pt) Considerate innanzitutto una nuvola costituita da un insieme di gocce d'acqua sferiche e situata ad un'altitudine $h = 2000\,\text{m}$ dal suolo. Sottoposta alla gravità, la nuvola comincerà a cadere, ma grazie all'attrito, dopo pochi istanti raggiungerà un limite di velocità v_{lim}. Determinate l'espressione algebrica di questo limite di velocità.

Nota : L'attrito dell'aria è qui caratterizzato da una forza $F = k\eta^\alpha r^\beta v^\gamma$, con k una costante senza dimensione chiamata "coefficiente di forma", η la viscosità dell'aria, r il raggio di una goccia d'acqua e v la sua velocità. $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Z}$ devono essere determinati.

ii. (1 pt) Calcolate un ordine di grandezza per questo limite di velocità. Quanto tempo ci vorrebbe perché una tale nuvola arrivi al suolo? Indicate le ipotesi e le semplificazioni che si fanno.

iii. (2 pt) In realtà, le nuvole non arrivano mai a terra. Come possiamo spiegare che rimangono in alta quota? Immaginate e spiegate i principali processi che possono aiutare a risolvere questo problema.

Dati (parte B) :
Coefficiente di forma (sfera): $k = 6\pi$
Viscosità dell'aria: $\eta_{\text{aria}} \approx 1.8 \times 10^{-5}\,\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$
$\rho_{\text{acqua}} \approx 1 \times 10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3} \quad \rho_{\text{aria}} \approx 1.3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Carica elementare: $e = 1.602 \times 10^{-19}\,\text{C}$
Massa dell'elettrone: $m_e = 9.1 \times 10^{-31}\,\text{kg}$
Campo magnetico sulla superficie terrestre: $B = 4.7 \times 10^{-5}\,\text{T}$

Esercizio 3 : Termodinamica *(16 punti)*

Un tubo cilindrico con una parete laterale di vetro di spessore d (conducibilità termica k) viene chiuso ermeticamente con un coperchio di massa m in grado di scivolare verticalmente senza attrito. Il sistema si trova sotto l'influsso della gravità. Coperchio e base sono isolanti termici perfetti. Nel volume sono contenute n moli di un gas ideale monoatomico. All'interno si trova inoltre una resistenza a filamento R_W soggetta ad una tensione elettrica U. L'ambiente esterno si trova sempre alla temperatura costante T_R ed alla pressione atmosferica P_{atm}.

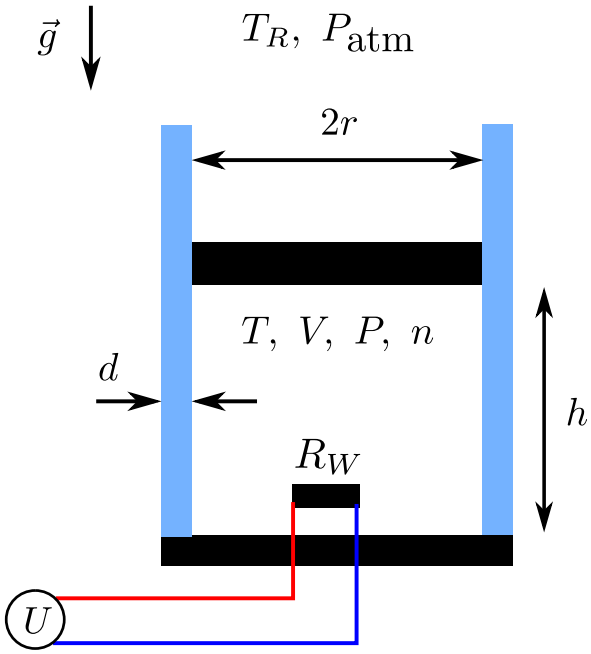


Fig. 4: Configurazione sperimentale.

Sia h^* la distanza tra base e coperchio all'equilibrio, cioè quando le grandezze fisiche sono costanti nel tempo (stato stazionario). Lo scopo del problema è di determinare h^*. Procedete come segue:

i. (0.75 pt) Determinare la potenza termica che viene dissipata attraverso la resistenza.

ii. (0.75 pt) Qual'e' l'espressione del flusso di calore [J/s] che il sistema scambia con l'esterno attraverso le pareti?

iii. (1.5 pt) Determinate la temperatura all'interno del cilindro in funzione delle grandezze P_{atm}, m, r, n e A, dove A è la superficie laterale del cilindro (limitata dalla base e dal coperchio).

iv. (0.75 pt) Come si esprime la condizione di equilibrio (tutte le grandezze costanti nel tempo)?

v. (3.5 pt) Calcolate h^*.

vi. (0.75 pt) Date la soluzione numerica per h^* quando $P_{\text{atm}} = 1.0\,\text{bar}$, $T_R = 20\,°\text{C}$, $n = 1.0\,\text{mol}$, $m = 1.5\,\text{kg}$, $d = 5.0\,\text{mm}$, $r = 10\,\text{cm}$, $U = 10\,\text{V}$, $R_W = 1.0\,\Omega$, $k = 1.0\,\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$, $g = 9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^2$, $R = 8.314\,\text{l}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Assumiamo che il sistema si trovi in uno stato stazionario. All'istante $t = 0$, lo sperimentatore avvolge il tubo completamente con un foglio termicamente isolante e si assicura che il coperchio rimanga all'altezza h^* esercitando la forza necessaria sul coperchio.

vii. (2.5 pt) Lo sperimentatore vuole tenere il coperchio per 3.0 s all'altezza h^*. A quale valore massimo crescerà la forza? Gioca lo spessore d della parete un ruolo rilevante per determinare questa forza?

viii. (1.5 pt) Dopo $t = 3.0\,\text{s}$ lo sperimentatore rilascia il coperchio e spenge contemporaneamente la tensione elettrica. Intorno a quale posizione di equilibrio (altezza) oscillerà il coperchio?

ix. (2 pt) Determinate la velocità del coperchio al passaggio della posizione di equilibrio.

x. (2 pt) Lo sperimentatore misura una frequenza di oscillazione di 10.5 Hz. Come puoi verificare che nel tubo si trovi effettivamente un gas monoatomico?
(L'ampiezza di oscillazione sia piccola a confronto dell'altezza di equilibrio del coperchio)