

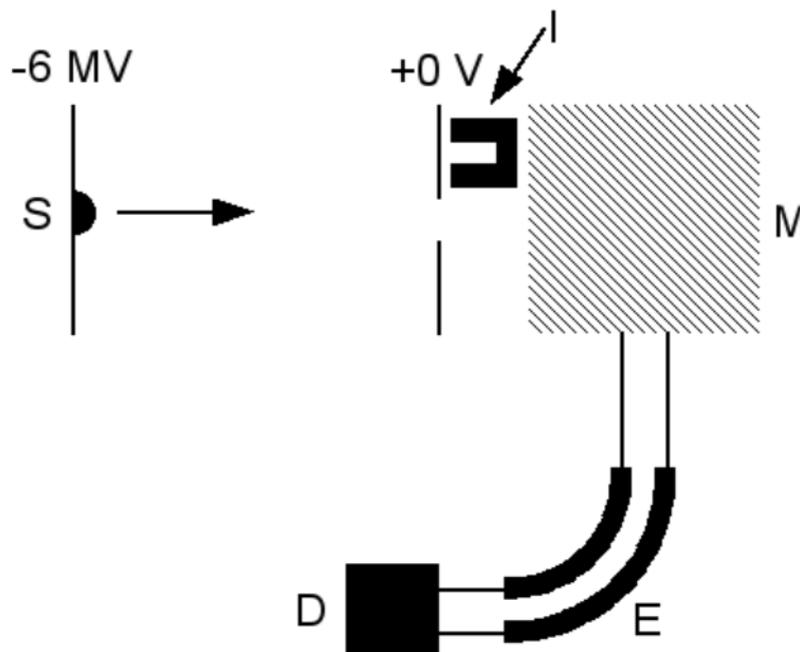
Challenge 4, Electrodynamique: Solution

Spectromètre de masse par accélérateur

12 pt.

Nous considérons un modèle simplifié de spectromètre de masse par accélérateur, utilisé entre autres pour la datation de moraines glacières. Pour ce faire on mesure le rapport entre les isotopes ^{10}Be ($m_{10} = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$) et les isotopes stables ^9Be (Be = Béryllium). Le ^9Be entre dans la composition de la roche et l'isotope ^{10}Be apparaît en très faible concentration lorsque la surface de la moraine est exposée au rayonnement cosmique.

Dans la source S, des ions une fois négatifs isolés ^9Be et ^{10}Be sont extraits d'un échantillon. La source se trouve à un potentiel de -6 MV . A droite de la source est placée une plaque métallique percée d'une rainure, mise à terre (potentiel $+0 \text{ V}$). Les ions sont ainsi accélérés dans la direction de la flèche, et volent ensuite à travers la rainure.



i. Quelle énergie et quelle vitesse possèdent les ions ^{10}Be après leur passage à travers la rainure ?

2 pt.

For a charged particle passing a gap between two plates on different potential we know $E = qU$ after the passed gap.

0.5 pt.

Let $q = -1e$ because we have single negatively charged particles. $U = -6\text{ MV}$, thus $E = 9.6 \times 10^{-13}\text{ J}$.

0.5 pt. _____

But we also know $E = \frac{m_{10}v^2}{2}$

0.5 pt. _____

so $v = 1.06 \times 10^7\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

0.5 pt. _____

Les ions ^{10}Be volent ensuite dans un domaine M, dans lequel règne un champ magnétique homogène.

ii. Les ions ^{10}Be doivent décrire exactement un quart de cercle de rayon $R = 1\text{ m}$ et doivent atteindre le canal qui se trouve sous le domaine M . Comment doit être dirigé le champ magnétique? Dessine la trajectoire sur le schéma ou décris-la!

1 pt. _____

Considering Lorentz' law $F = qv \times B$, the magnetic field has to point away from you into the figure.

1 pt. _____

iii. Calcule l'intensité du champ magnétique nécessaire.

2 pt. _____

The Lorentz force need to be equal to the centripetal force,

$$qv \times B = m_{10} \frac{v^2}{R}$$

1 pt. _____

Therefore we have

$$v = \frac{qBR}{m_{10}}$$

0.5 pt. _____

The numerical value is $B = 1.13\text{ T}$.

0.5 pt. _____

Les ions ^{10}Be volent ensuite dans un canal limité par deux plaques de déviation E courbées chargées électriquement, qui forment aussi un quart de cercle de rayon 1 m .

iv. Comment doivent être dirigées les lignes de champ du champ électrique entre les plaques, pour que les ions ^{10}Be parcourent un quart de cercle exact? Dessine-les!

1 pt. _____

The field lines need to be aligned radially pointing away from the center of the circle.

1 pt. _____

v. Calcule l'intensité du champ électrique correspondante. Peux-tu donner une valeur approchée de la charge qui doit être amenée sur les plaques, pour engendrer ce champ? On assume que la hauteur des plaques est de 10 cm .

3 pt. _____

We have $F = Eq$ 0.5 pt.

For the electrons to describe a circle the condition $Eq = m_{10} \frac{v^2}{R}$ needs to be fulfilled. Thus $E = 1.2 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ 0.5 pt.

For a plate capacitor we have $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$, $Q = CU$ and $U = Ed$, which gives $Q = \epsilon_0 \epsilon A$ 1 pt.

With $A = R \frac{\pi}{2} h$, where h is the height of the capacitor ($A = 0.157 \text{ m}^2$). 0.5 pt.

We get a numerical value of $Q = 1.62 \times 10^{-5} \text{ C}$ 0.5 pt.

Les ions ^{10}Be , qui ont parcouru exactement un quart de cercle, continuent dans le détecteur D, qui compte chaque ion. Lors d'une mesure durant une minute, on a compté 2000 ions ^{10}Be .

Les ions ^9Be peuvent être comptés par un deuxième détecteur I, qui peut être poussé dans la trajectoire des ions. Toutefois, comme ces derniers sont beaucoup plus nombreux que les ions ^{10}Be , ils ne peuvent pas être comptés un par un, mais sont mesurés comme un courant continu (c'est-à-dire que chaque ion ^9Be entrant pousse en mouvement un électron dans le détecteur). Pour la mesure ci-dessus, on a mesuré un courant de 100 nA.

vi. Calcule maintenant le rapport entre la fréquence des ions ^{10}Be et celle des ions ^9Be dans l'échantillon. 1.5 pt.

The ^{10}Be ions are coming out a rate of $c_{10} = \frac{2000}{60\text{s}} = 33.3 \text{ Hz}$. 0.5 pt.

On the other hand the rate for ^9Be ions is $c_9 = \frac{100 \text{ nA}}{e} = 6.25 \times 10^{11} \text{ Hz}$ 0.5 pt.

We get a ratio $r = \frac{c_{10}}{c_9} = 5.33 \cdot 10^{-11}$. 0.5 pt.

vii. Admettons que la source produise aussi des ions avec d'autres masses et dans d'autres états de charge (c'est-à-dire plusieurs fois négativement chargés). Est-ce que ces ions peuvent passer l'appareillage et atteindre le détecteur D? Justifie ta réponse! 1.5 pt.

Other ions are able to pass through the spectrometer if they meet certain conditions. From the above calculations we have $\frac{B^2 R^2}{2U} = \frac{m}{q}$ where the left side is a constant. Therefore ions with $\frac{m}{q} = \frac{m_{10}}{1e}$ can come through the magnet. 1 pt.

For the charged plates we found $\frac{ER}{2U} = 1$, which means that all ions can go through the plates (if they passed the magnet) 0.5 pt.