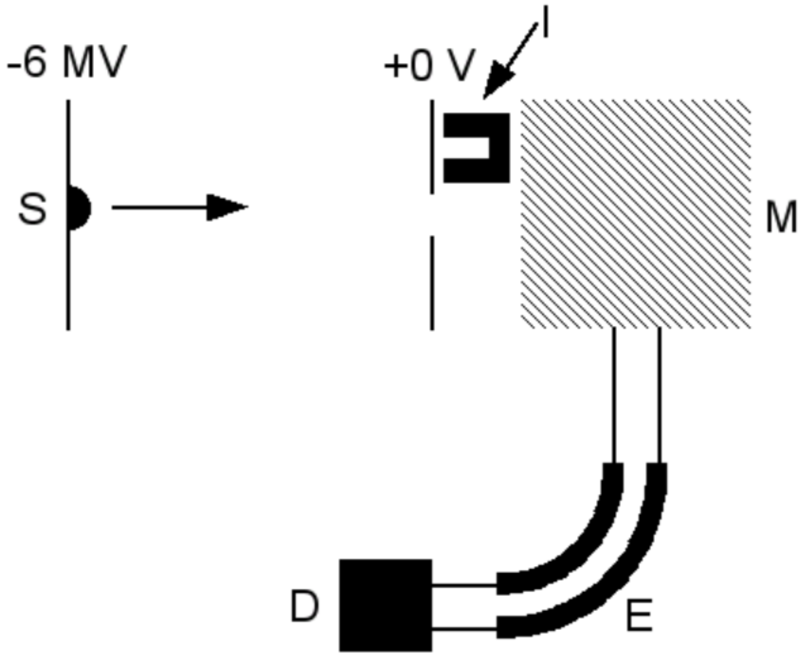
Challenge 4, Elektrodynamik: Lösung

Beschleunigermassenspektrometers *12 pt.*

Wir betrachten ein vereinfachtes Modell eines sog. Beschleunigermassenspektrometers, das unter anderem zur Datierung der Entstehung von Gletschermoränen verwendet wird. Dazu wird das Verhältnis vom ^{10}Be-Isotop ($m_{10} = 1.7 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$) zum stabilen Isotop ^{9}Be gemessen (Be = Beryllium). ^{9}Be ist ein Bestandteil des Gesteinsmaterials und das ^{10}Be-Isotop entsteht in sehr geringen Konzentrationen durch den Einfall von kosmischen Strahlen auf der Moränenoberfläche.

In der Quelle S werden nun einzelne einfach negativ geladene ^{9}Be und ^{10}Be-Ionen aus einer Probe extrahiert. Die Quelle befindet sich auf einem Potential von $-6\,\mathrm{MV}$. Rechts von der Quelle befindet sich eine Metallplatte mit einem Schlitz, die sich auf Erdpotential ($+0\,\mathrm{V}$) befindet. Damit werden also die Ionen in Pfeilrichtung beschleunigt und fliegen dann durch den Schlitz.



i. Welche Energie und welche Geschwindigkeit haben die ^{10}Be-Ionen nachdem sie den Schlitz passiert haben? **2 pt.**

For a charged particle passing a gap between two plates on different potential we know $E = qU$ after the passed gap. 0.5 pt.

Let $q = -1e$ because we have single negatively charged particles. $U = -6\,\mathrm{MV}$, thus $E = 9.6 \times 10^{-13}\,\mathrm{J}$. 0.5 pt.

But we also know $E = \frac{m_{10}v^2}{2}$ 0.5 pt.

so $v = 1.06 \times 10^7\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. 0.5 pt.

Die ^{10}Be-Ionen fliegen dann in ein Gebiet M, in dem ein homogenes Magnetfeld herrscht.

ii. Die ^{10}Be-Ionen sollen in diesem Gebiet einen exakten Viertelkreis mit einem Radius $R = 1\,\mathrm{m}$ beschreiben und gerade in den Kanal unterhalb des Gebietes M fliegen. Wie muss das Magnetfeld gerichtet sein? Zeichne die Richtung ein oder beschreiben sie! 1 pt.

Considerung Lorentz' law $F = qv \times B$, the magnetic field has to point away from you into the figure. 1 pt.

iii. Berechne die benötigte Magnetfeldstärke. 2 pt.

The Lorentz force need to be equal to the centripetal force,

$$qv \times B = m_{10}\frac{v^2}{R}$$

1 pt.

Therefore we have

$$v = \frac{qBR}{m_{10}}$$

0.5 pt.

The numerical value is $B = 1.13\,\mathrm{T}$. 0.5 pt.

Anschliessend fliegen die ^{10}Be-Ionen durch einen Kanal in eine Anordnung von zwei gebogenen elektrostatisch geladenen Ablenkplatten E, die ebenfalls in einem Viertelkreis mit Radius $1\,\mathrm{m}$ angeordnet sind.

iv. Wie müssen die Feldlinien des E-Feldes zwischen den Platten gerichtet sein, damit die ^{10}Be-Ionen einen exakten Viertelkreis beschreiben? Zeichne diese ein! 1 pt.

The field lines need to be aligned radially pointing away from the center of the circle. 1 pt.

v. Berechne die entsprechende elektrische Feldstärke. Kannst du einen angenäherten Wert für die Ladung angeben, die auf die Platten gebracht werden

muss, um dieses Feld zu erzeugen? Nimm an, dass die Platten $10\,\mathrm{cm}$ **hoch sind.** **3 pt.**

We have $F = Eq$ 0.5 pt.

For the electrons to describe a circle the condition $Eq = m_{10}\frac{v^2}{R}$ needs to be fullfilled. Thus $E = 1.2 \times 10^7\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$ 0.5 pt.

For a plate capacitor we have $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$, $Q = CU$ and $U = Ed$, which gives $Q = \varepsilon_0 \varepsilon A$ 1 pt.

With $A = R\frac{\pi}{2}h$, where h is the height of the capacitor ($A = 0.157\,\mathrm{m}^2$). 0.5 pt.

We get a numerical value of $Q = 1.62 \times 10^{-5}\,\mathrm{C}$ 0.5 pt.

Die ^{10}Be-Ionen, die exakt einen Viertelkreis beschrieben haben, fliegen weiter in den Detektor D, der die einzelnen Ionen zählt. Während einer Messung wurden während einer Minute 2000 ^{10}Be-Ionen gezählt.

Durch einen zweiten Detektor I, der in den Strahlgang geschoben werden kann, können die ^{9}Be-Ionen gezählt werden. Da diese aber viel häufiger sind als die ^{10}Be-Ionen, können sie nicht einzeln gezählt werden, sondern werden als kontinuierlicher Strom gemessen (d.h. jedes ankommende ^{9}Be-Ion versetzt ein Elektron im Detektor in Bewegung). Für die obige Messung wurde ein Strom von $100\,\mathrm{nA}$ **gemessen.**

vi. Berechne nun das Verhältnis der Häufigkeit von ^{10}Be- zu ^{9}Be-Ionen in der Probe. **1.5 pt.**

The ^{10}Be ions are coming out a rate of $c_{10} = \frac{2000}{60\,\mathrm{s}} = 33.3\,\mathrm{Hz}$. 0.5 pt.

On the other hand the rate for ^{9}Be ions is $c_9 = \frac{100\,\mathrm{nA}}{e} = 6.25 \times 10^{11}\,\mathrm{Hz}$ 0.5 pt.

We get a ratio $r = \frac{c_{10}}{c_9} = 5.33 \cdot 10^{-11}$. 0.5 pt.

vii. Nehmen wir an, dass die Quelle auch Ionen mit anderen Massen und in anderen Ladungszuständen (das heisst mehrfach negativ geladen) produziert. Können diese die Anordnung bis zum Detektor D passieren? Begründe deine Antwort! **1.5 pt.**

Other ions are able to pass through the spectrometer if they meet certain conditions. From the above calculations we have $\frac{B^2R^2}{2U} = \frac{m}{q}$ where the left side is a constant. Therefore ions with $\frac{m}{q} = \frac{m_{10}}{1e}$ can come trough the magnet. 1 pt.

For the charged plates we found $\frac{ER}{2U} = 1$, which means that all ions can go through the plates (if they passed the magnet) 0.5 pt.