

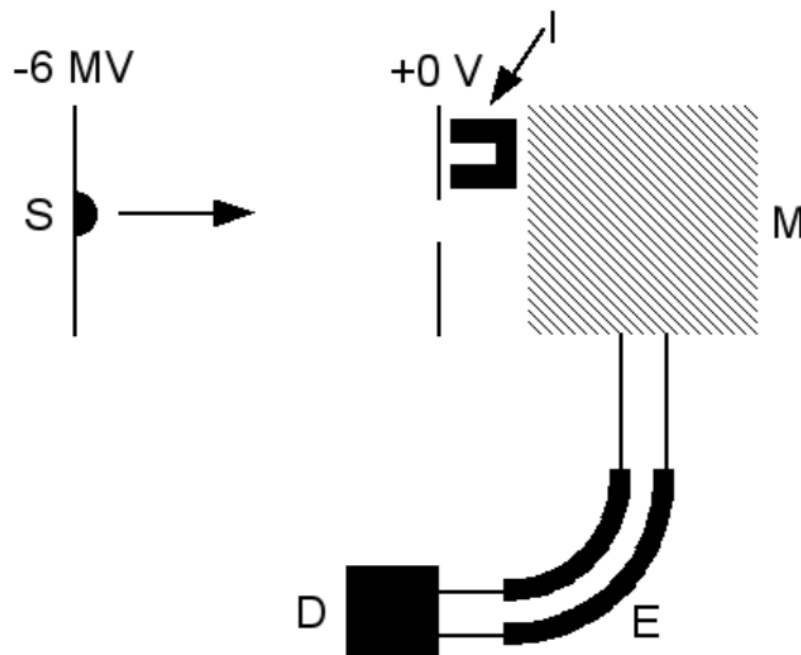
Challenge 4, Elettrodinamica: Soluzioni

Spettrometro di massa

12 pt.

Consideriamo un modello semplificato di un cosiddetto spettrometro di massa che, tra l'altro, viene usato per datare la formazione delle morene. Per questo viene misurato il rapporto tra la quantità dell'isotopo ^{10}Be ($m_{10} = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$) e dell'isotopo stabile ^9Be (Be = Berillio). ^9Be è un componente del materiale roccioso e l'isotopo ^{10}Be si forma in concentrazione minima a causa della caduta di raggi cosmici sulla superficie della morena.

Alla sorgente S vengono estratti ioni negativi di ^9Be e ^{10}Be da un campione. La sorgente si trova ad un potenziale di -6 MV . A destra della sorgente si trova una piastra metallica con una fenditura che si trova al potenziale di $(+0 \text{ V})$. Così gli ioni vengono accelerati nella direzione della freccia e volano attraverso la fenditura.



i. Quale energia e quale velocità hanno gli ioni ^{10}Be dopo avere oltrepassato la fenditura?

2 pt.

For a charged particle passing a gap between two plates on different potential we know $E = qU$ after the passed gap.

0.5 pt.

Let $q = -1e$ because we have single negatively charged particles. $U = -6 \text{ MV}$, thus $E = 9.6 \times 10^{-13} \text{ J}$.

0.5 pt.

But we also know $E = \frac{m_{10}v^2}{2}$

0.5 pt.

so $v = 1.06 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

0.5 pt.

Gli ioni ^{10}Be volano poi in una Regione M nella quale si trova un campo magnetico omogeneo.

ii. Gli ioni ^{10}Be in questa regione devono descrivere un quarto di cerchio esatto, con un raggio $R = 1 \text{ m}$ e volare dritti nel canale al di sotto della regione M. Come deve essere diretto il campo magnetico? Disegnate la direzione o descrivetela!

1 pt.

Considering Lorentz' law $F = qv \times B$, the magnetic field has to point away from you into the figure.

1 pt.

iii. Calcolate l'intensità del campo magnetico necessaria.

2 pt.

The Lorentz force need to be equal to the centripetal force,

$$qv \times B = m_{10} \frac{v^2}{R}$$

1 pt.

Therefore we have

$$v = \frac{qBR}{m_{10}}$$

0.5 pt.

The numerical value is $B = 1.13 \text{ T}$.

0.5 pt.

Infine, gli ioni ^{10}Be volano attraverso un canale verso una coppia di piastre deviatrici curve cariche elettricamente (E), le quali descrivono anch'esse un quarto di cerchio di raggio 1 m .

iv. Come devono essere dirette le linee del campo elettrico E tra le piastre affinché gli ioni ^{10}Be descrivano un quarto di cerchio esatto? Disegnatele!

1 pt.

The field lines need to be aligned radially pointing away from the center of the circle.

1 pt.

v. Calcoli il corrispondente valore del campo elettrico. Può indicare il valore approssimativo della carica che deve essere portata sulla piastra per ottenere tale campo elettrico? Supponga che l'altezza delle piastre sia di 10 cm .

3 pt.

We have $F = Eq$ 0.5 pt.

For the electrons to describe a circle the condition $Eq = m_{10} \frac{v^2}{R}$ needs to be fulfilled. Thus $E = 1.2 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ 0.5 pt.

For a plate capacitor we have $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$, $Q = CU$ and $U = Ed$, which gives $Q = \epsilon_0 \epsilon A$ 1 pt.

With $A = R \frac{\pi}{2} h$, where h is the height of the capacitor ($A = 0.157 \text{ m}^2$). 0.5 pt.

We get a numerical value of $Q = 1.62 \times 10^{-5} \text{ C}$ 0.5 pt.

Gli ioni di ^{10}Be , che hanno percorso esattamente un quarto di cerchio, finiscono nel rilevatore D, il quale conta ogni singolo ione. In una sessione di misurazione si contano 2000 ioni di ^{10}Be in un minuto.

Attraverso un secondo rilevatore I, che può essere spostato nel raggio, possono essere rilevati e contati gli ioni di ^9Be . Siccome questi ultimi sono molto più numerosi degli ioni ^{10}Be , non possono essere contati singolarmente ma si rilevano attraverso un flusso di corrente continua. (cioè ogni singolo ione ^9Be libera un elettrone nel rilevatore). Per la sopra citata misurazione si ottiene una corrente di 100 nA .

vi. Calcoli il rapporto tra gli ioni di ^{10}Be e quelli di ^9Be 1.5 pt.

The ^{10}Be ions are coming out a rate of $c_{10} = \frac{2000}{60 \text{ s}} = 33.3 \text{ Hz}$. 0.5 pt.

On the other hand the rate for ^9Be ions is $c_9 = \frac{100 \text{ nA}}{e} = 6.25 \times 10^{11} \text{ Hz}$ 0.5 pt.

We get a ratio $r = \frac{c_{10}}{c_9} = 5.33 \cdot 10^{-11}$. 0.5 pt.

vii. Ammetta che, la sorgente liberi pure ioni con altre masse e altre cariche (cioè che abbiano un multiplo della carica negativa descritta sopra). È possibile che pure questi attraversino la disposizione per raggiungere il rilevatore D? Motivi la sua risposta! 1.5 pt.

Other ions are able to pass through the spectrometer if they meet certain conditions. From the above calculations we have $\frac{B^2 R^2}{2U} = \frac{m}{q}$ where the left side is a constant. Therefore ions with $\frac{m}{q} = \frac{m_{10}}{1e}$ can come through the magnet. 1 pt.

For the charged plates we found $\frac{ER}{2U} = 1$, which means that all ions can go through the plates (if they passed the magnet) 0.5 pt.