

## Challenge 5, Optique: Solution

### Toutes sortes de choses en optique

15 pt.

Les parties A, B et C sont indépendantes les unes des autres et peuvent donc être résolues séparément.

#### Partie A. Astronaute

3 pt.

- i. Nous retrouvons un astronaute en orbite à une altitude de 280 km au-dessus de la surface de la Terre. Dans des conditions idéales, de quelle distance deux points sur la surface terrestre doivent-ils être séparés pour qu'il puisse les distinguer ? Supposez que le diamètre de sa pupille vaut 0.5 cm et que la lumière qu'il observe a une longueur d'onde de 550 nm.

3 pt.

The minimal resolution for a circular aperture of radius  $R$  is given  $\theta_{min} = \frac{1.22\lambda}{2R}$

1 pt.

For a small angle, at a distance  $D$ , one can distinguish a distance of  $d_{min} = D\theta_{min}$ .

1 pt.

So our astronaut could see two objects separated by a distance  $d_{min} = \frac{1.22\lambda D}{2R}$ . We get  $d_{min} = 38$  m.

1 pt.

#### Partie B. Lunettes enduites

5 pt.

Un faisceau de lumière blanche tombe suivant la normale sur une lentille ( $n=1,52$ ) recouverte d'une pellicule de fluorure de magnésium ( $n=1,38$ ).

1 pt.

- i. Quelle est l'épaisseur minimale de la pellicule pour laquelle la lumière jaune-vert de longueur d'onde égale à 550 nm (dans l'air) sera absente de la lumière réfléchie ?

3 pt.

We consider the interference of two light rays. One is reflected at the surface between air and magnesium fluorid and the other goes through the magnesium fluorid and gets reflected at the surface between glass and magnesium fluorid.

1 pt.

The phase shifts at the two reflections cancel each other, due to increasing refractive indices ( $1 = n_{vacuum} < n_{coating} < n_{bulk}$ )

1 pt.

We have therefore an optical path difference of  $\Delta s = 2ln$ , where  $l$  is the thickness of the coating and  $n$  is its refractive index.

0.5 pt.

The condition for a destructive interference is  $\Delta s = \lambda(k + 0.5)$ , where  $k$  is an integer.

0.5 pt.

The minimal thickness is therefore  $l_{min} = \frac{\lambda}{4n} = 99.6$  nm.

1 pt.

- ii. Pour quelle épaisseur minimale (autre que zéro) y aura-t-il interférence constructive dans la lumière réfléchie ?

2 pt.

The condition for a constructive interference is  $\Delta s = k\lambda$

1 pt.

The minimal thickness is therefore  $l_{min} = \frac{\lambda}{2n} = 199 \text{ nm}$ .

1 pt.

### Partie C. Anneaux de Newton

7 pt.

En 1717, Sir Isaac Newton a étudié un phénomène intéressant : en approchant une surface à symétrie sphérique d'une surface réfléchissante plane, il a observé une série de cercles concentriques (voir Figure). Dans notre cas considérez que la source de lumière est monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ .

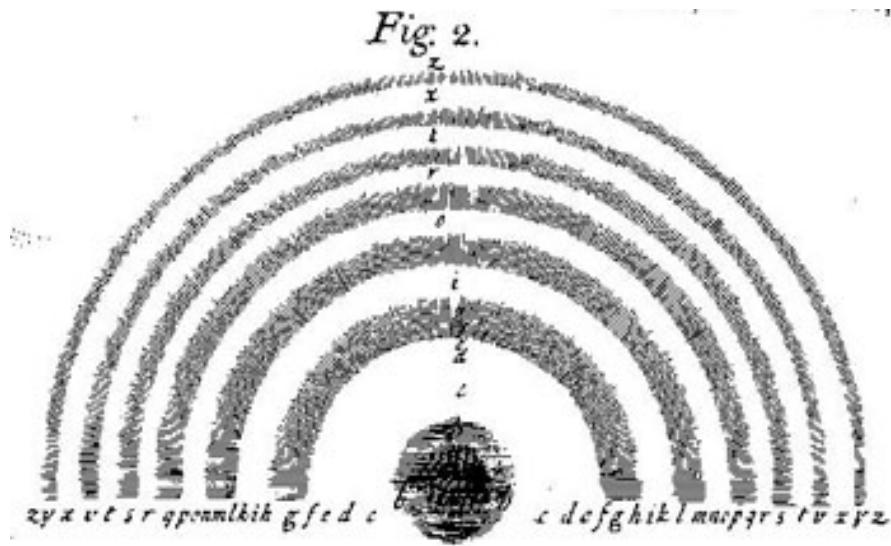


FIGURE 1 –

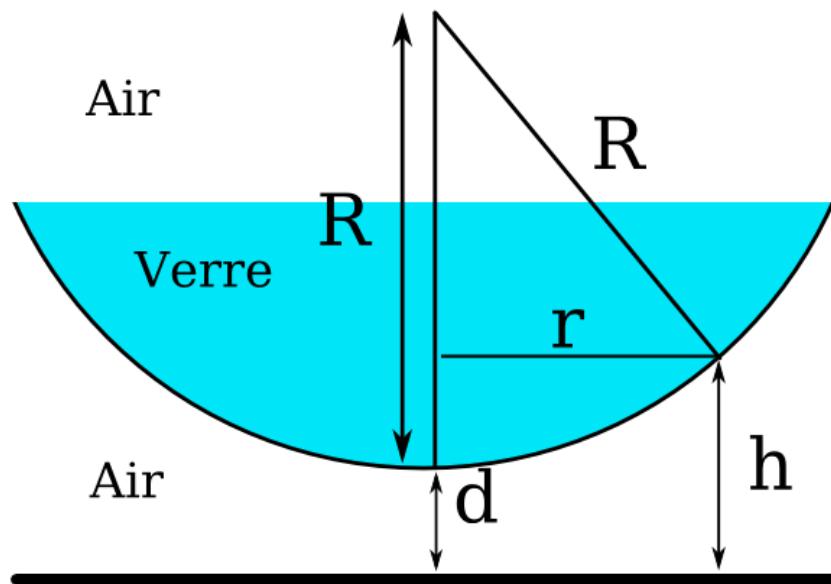


FIGURE 2 –

- i. Expliquez pourquoi on observe ces cercles; quelle est la condition pour observer un cercle lumineux et quelle est la condition pour observer un cercle sombre ?

4 pt.

There is an interference between the light which is reflected at the bottom surface of the curved lens and the one which has an additional travel of two times  $h$ , the height between the curved lens and the flat surface.

2 pt.

The light going to the reflective surface picks up an additional half wavelength phase shift.

1 pt.

Therefore the condition for constructive interference reads

$$\frac{2h}{\lambda} = n + \frac{1}{2} = n + \frac{1}{2}$$

where  $n$  is an integer. For constructive interference we see a bright ring.

0.5 pt.

Therefore the condition for constructive interference reads

$$\frac{2h}{\lambda} = n' + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = n$$

where  $n'$  and  $n$  are integers. For destructive interference we see a dark ring.

0.5 pt.

Après s'être ému de la beauté des anneaux qui portent son nom, Sir Isaac Newton aurait pu se demander par exemple à quelle distance  $d$  de la surface réfléchissante sa lentille se trouvait.

**ii. Trouvez  $d$  en fonction du rayon de courbure  $R$  de la surface courbe, du rayon  $r_n$  du  $n^{ieme}$  cercle sombre et de  $\lambda$ .**

3 pt.

We have

$$h_n = d + (R - \sqrt{R^2 - r_n^2})$$

1 pt.

With the assumption that we only look at rings close to the center  $r_n \ll R$  we get

$$h_n = d + R\left(1 - \sqrt{1 - \frac{s^2}{R^2}}\right) \approx d + \frac{s^2}{R^2}$$

1 pt.

With the condition for destructive interference we get

$$d = \frac{\lambda}{2}n - \frac{r_n^2}{2R}$$

1 pt.